

Examen intermédiaire, le 12 novembre 2024

SCIPER number / numéro SCIPER :

Aucun document n'est autorisé à l'exception d'une feuille de triche au format A4.

Durée = 1 période. Veuillez utiliser un stylo, pas un crayon.

1 Forêt (5 points)

Vous réfléchissez aux incidences du choix du modèle fonctionnel et du modèle stochastique. Commentez les propositions suivantes en max. 1 ligne.

1. Les écarts de fermeture dépendent du modèle fonctionnel et du modèle stochastique.
2. Les écarts de fermeture sont toujours positifs.
3. Des observations indépendantes avant compensation sont parfois corrélées après compensation.
4. Si l'on double le poids de toutes les mesures, les résidus compensés diminuent de moitié.
5. Si l'on double l'écart-type de certaines mesures, leurs résidus compensés augmentent.

2 Lac (16 points)

Situation. Deux étudiants de l'EPFL décident de faire le tour du Lac Léman, qui est connu pour avoir une longueur de **176.0** km. Lors de différents arrêts, ils enregistrent la distance parcourue en kilomètres en vérifiant les indications de leurs dispositifs de mesure.

Le premier, Alain, utilise l'application GPS de son smartphone pour suivre les distances, avec une incertitude σ_{dA} de **1%** de la distance parcourue. La seconde, Béatrice, utilise sa montre Garmin avec une incertitude σ_{dB} de **0.5%** de la distance parcourue.

Ils se sont donné rendez-vous à la Plage du Pélican à St Sulpice, d'où ils ont commencé ensemble. Alain règle son compteur sur smartphone à zéro à la Plage du Pélican, juste avant

de commencer le tour. Béatrice avait déjà commencé à enregistrer le parcours en quittant sa maison, ayant parcouru 2.0 km (selon le Garmin) pour rejoindre la Plage du Pélican. Le tableau ci-dessous résume les enregistrements de chaque étudiant à différents arrêts.

Lieu	Alain	Béatrice
Plage Pélican	0.0 km	2.0 km
Évian	A1 = 65.9 km	B1 = 65.3 km
Genève	A2 = 115.1 km	B2 = 114.9 km
Plage Pélican	A3 = 178.9 km	B3 = 176.7 km

Objectif : évaluer la précision de leurs dispositifs de mesure en compensant leurs observations.

1. Exprimer le vecteur de mesures.
2. Formuler les conditions et spécifier la redondance.
3. Calculer les écarts de fermeture.
4. Exprimer le modèle stochastique en valeurs **numériques** ($\mathbf{K}_{\ell\ell}$ ou $\mathbf{Q}_{\ell\ell}$ et σ_0).
5. Exprimer la matrice $\mathbf{B}$ en valeurs **numériques**.
6. Comment procéderiez-vous à partir de ce point pour atteindre l'objectif énoncé ci-dessus: évaluer la précision des deux dispositifs respectifs ?

3 Gaz (11 points)

Vous avez résolu un problème de gaz parfait, ici en 4 états, qui comportait 12 observations : $\text{obs} = [P1, V1, T1, P2, V2, T2, P3, V3, T3, P4, V4, T4]^T$ en unités mb ml K. La compensation conditionnelle des données de l'exercice 6 (gaz parfait en compensation conditionnelle) du cours a livré les résultats suivants:

vcomp =	lcomp =	sigmavcomp =	sigmalcomp =
-1.5459	1003.55	2.68	4.22
-0.5616	993.56	0.97	2.84
0.8291	297.17	1.44	1.39
-6.5205	2000.52	2.33	4.42
-3.1122	1507.11	1.11	2.79
2.4043	898.6	0.85	1.81
7.6237	2202.38	1.6	4.74
8.6279	694.37	1.82	2.39
-5.7792	455.78	1.22	1.59
-1.1363	1504.14	2.82	4.13
-0.4149	1482.41	1.03	2.82
0.4235	664.58	1.05	1.7

Rvcomp =											
1.	1.	-1.	-0.3	-0.3	0.28	-0.14	-0.14	0.14	-0.2	-0.2	0.2
1.	1.	-1.	-0.3	-0.3	0.28	-0.14	-0.14	0.14	-0.2	-0.2	0.2
-1.	-1.	1.	0.3	0.3	-0.28	0.14	0.14	-0.14	0.2	0.2	-0.2
-0.3	-0.3	0.3	1.	1.	-1.	-0.41	-0.41	0.4	-0.59	-0.59	0.59
-0.3	-0.3	0.3	1.	1.	-1.	-0.41	-0.41	0.4	-0.59	-0.59	0.59
0.28	0.28	-0.28	-1.	-1.	1.	0.41	0.41	-0.41	0.6	0.6	-0.6
-0.14	-0.14	0.14	-0.41	-0.41	0.41	1.	1.	-1.	-0.28	-0.28	0.28
-0.14	-0.14	0.14	-0.41	-0.41	0.41	1.	1.	-1.	-0.28	-0.28	0.28
0.14	0.14	-0.14	0.4	0.4	-0.41	-1.	-1.	1.	0.28	0.28	-0.28
-0.2	-0.2	0.2	-0.59	-0.59	0.6	-0.28	-0.28	0.28	1.	1.	-1.
-0.2	-0.2	0.2	-0.59	-0.59	0.6	-0.28	-0.28	0.28	1.	1.	-1.
0.2	0.2	-0.2	0.59	0.59	-0.6	0.28	0.28	-0.28	-1.	-1.	1.

Rlcomp =											
1.	-0.22	0.66	0.1	0.08	-0.08	0.03	0.07	-0.07	0.09	0.05	-0.08
-0.22	1.	0.36	0.05	0.04	-0.04	0.02	0.04	-0.04	0.05	0.02	-0.04
0.66	0.36	1.	-0.16	-0.12	0.14	-0.05	-0.11	0.11	-0.14	-0.08	0.13
0.1	0.05	-0.16	1.	-0.21	0.25	0.07	0.16	-0.16	0.21	0.11	-0.19
0.08	0.04	-0.12	-0.21	1.	0.19	0.06	0.12	-0.12	0.16	0.09	-0.15
-0.08	-0.04	0.14	0.25	0.19	1.	-0.07	-0.15	0.15	-0.19	-0.1	0.17
0.03	0.02	-0.05	0.07	0.06	-0.07	1.	-0.26	0.26	0.06	0.03	-0.06
0.07	0.04	-0.11	0.16	0.12	-0.15	-0.26	1.	0.58	0.14	0.08	-0.13
-0.07	-0.04	0.11	-0.16	-0.12	0.15	0.26	0.58	1.	-0.15	-0.08	0.13
0.09	0.05	-0.14	0.21	0.16	-0.19	0.06	0.14	-0.15	1.	-0.25	0.42
0.05	0.02	-0.08	0.11	0.09	-0.1	0.03	0.08	-0.08	-0.25	1.	0.23
-0.08	-0.04	0.13	-0.19	-0.15	0.17	-0.06	-0.13	0.13	0.42	0.23	1.

1. On vous demande la meilleure estimation de la constante de gaz ($c = V \cdot P/T$). Ecrivez le **code Python** pour calculer cette estimation à partir des résultats affichés.

2. Avec votre calculatrice, réalisez cette estimation:
3. Indiquez une manière de contrôler votre calcul.
4. On vous demande aussi l'écart-type de la constante de gaz estimée. Ecrivez le **code Python** pour calculer cet écart-type à partir des résultats affichés.
5. Indiquez une manière de contrôler votre calcul.
6. **Bonus.** Si quelqu'un crée une méthode qui permettrait de compenser toutes les observations tout en estimant la constante des gaz avec sa précision, comment l'appelleriez-vous?

Espace pour vos notes

NOM / PRÉNOM :

Aucun document n'est autorisé à l'exception d'une feuille de triche au format A4.

Durée = 1 période. Veuillez utiliser un stylo, pas un crayon.

Espace pour vos notes

Corrigé

Forêt (5 points)

1. (1 pt) Non, les écarts de fermeture dépendent uniquement du modèle fonctionnel.
2. (1 pt) Non, cela dépend des mesures et de leurs conditions.
3. (1 pt) Oui, pratiquement toujours en raison des conditions.
4. (1 pt) Non, les poids relatifs demeurent identiques et les résidus compensés aussi.
5. (1 pt) Oui, la compensation pousse les discordances vers les mesures supposées moins précises.

Lac (16 points)

1. (2 pt)

[A1 A2 A3 B1 B2 B3]^T

Commentaires. A0 n'est certainement pas une observation, mais plutôt une condition de départ. B0 a une certaine valeur, mais si nous le considérons comme une observation, il relaiera (comme A0 implicitement) toutes les conditions. En outre, le modèle stochastique proposé dépend de la distance de déplacement. Cela signifie que pour une distance nulle (ou très courte), sa variance sera nulle et son poids (1/variance) indéfini (ou extrêmement grand), ce qui peut entraîner une instabilité numérique (matrice inverse mal conditionnée).

2. (4 pt)

$$w_1 = A1 - B1$$

$$w_2 = A2 - B2$$

$$w_3 = A3 - B3$$

$$w_4 = A3 - 176 \text{ or } w_4 = B3 - 176$$

Commentaires. Il est tentant de conditionner également le B3 avec la distance de référence en tant que 5e condition, mais si B3 et A3 sont déjà liés l'un à l'autre, cela ne serait-il pas redondant ?

3. (2 pt) ...

4. (4 pt) ...

5. (4 pt) ...

6. (2 pt) ...

Gaz (11 points)

1. (3 pt) ...

2. (2 pt) ...

3. (2 pt) Vous répétez le point 2, mais en prenant d'autre d'état(s) de gaz. L'accord doit être jusqu'à la précision.

4. (3 pt) ...

5. (1 pt) On remplace les indices XX et XX dans `lcomp`, `signalcomp` et `Rlcomp` par les indices XX et XX, resp. XX et XX. C'est vrai: on obtient toujours XXXX.

6. (1 pt) Modèle combiné, bloc IV de notre cours, qui combine les avantages des combinaison conditionnelle avec ceux de la compensation paramétrique. Patience, il faut d'abord

comprendre cette dernière...