# Exercise sur le calcul du facteur d'induction d’une turbine éolienne

```
clear all;
close all;
clc;
```

Une turbine éolienne à axe horizontal est exploitée avec les conditions suivantes

- vitesse moyenne du vent : $U_\infty = 14\ \frac{m}{s}$
- densité de l’air : $\rho = 1.205\ \frac{\text{kg}}{m^3}$
- coefficient de puissance : $C_P = 0.29$
- puissance nominale du générateur électrique : $P = 2.2\text{MW}$

```
U_inf=14 %[m/s]
```

```
U_inf = 14
```

```
rho=1.205 %[kg/m^3]
```

```
rho = 1.2050
```

```
Cp=0.29
```

```
Cp = 0.2900
```

```
P=2.2E6 %[W]
```

```
P = 2200000
```

# Questions

1. Calculer le radius de la turbine que, en correspondance de la valeur de vitesse moyenne du vent, permet le couplage avec le générateur électrique;
2. Calculer la puissance maximale que la turbine peut produire (en correspondance de la valeur de vitesse moyenne du vent) pour le $C_P$ correspondent à la limite de Lanchester-Betz;
3. Déterminér la valeur de la vitesse du vent en correspondance du disque actuateur de la turbine $U_D$.

# Solution

**Question 1**

A travers la définition du coefficient de puissance, $C_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^3 A_D}$, il est possible de déterminer le diamètre de la turbine.

$$A_D = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^3 A_D}$$

$$D = 2\sqrt{\frac{P}{\pi \frac{1}{2} \rho U_\infty^3 C_P}}$$

```
D=2*sqrt(P/(0.5*pi*rho*(U_inf^3)*Cp)) %[m]
```

```
D = 76.4358
```

**Question 2**

La valeur maximale de la limite de Lanchester-Betz est, pour une turbine à axe horizontal, est 16/27, donc la puissance maximale est  simplement

$$P_{\max} = \frac{1}{2} C_P^{\max} \rho U_\infty^3 A_D$$

```
A_D=pi*D^2/4; %[m^2]
Cp_max=16/27;
P_max=0.5*Cp_max*rho*U_inf^3*A_D %[W]
```

```
P_max = 4.4955e+06
```

**Question 3**

La vitesse en correspondance du disque actuateur, $U_D$, peut être déterminée à travers la définition du facteur d'induction $a$:

$$U_D = U_\infty (1 - a)$$

Et la valeur du facteur d'induction peut être déterminée à travers la relation entre $C_P$ et $a$:

$$C_P = 4a(1 - a)^2$$

Donc, on peut determiner les racines de la fonction $C_P - 4a(1 - a)^2 = 0$ pour le $C_P = 0.29$

```
a0=0; %valeur initiale pour la solution de l'equation
a = fsolve(@(a) Cp-4*a*(1-a)^2,a0)
```

```
Equation solved.

fsolve completed because the vector of function values is near zero
as measured by the value of the function tolerance, and
the problem appears regular as measured by the gradient.

<stopping criteria details>
a = 0.0870
```

Donc, la vitesse du vent en correspondence du disque est:

$$U_D = U_\infty (1 - a)$$

```
U_D=U_inf*(1-a) %[m/s]
```

```
U_D = 12.7824
```