Exercices sur le cycle Brayton

Description

Un cycle de Brayton est un cycle bitherme moteur, avec transfert-chaleur interne, constitué de deux isentropes et de deux isobares. Il est théoriquement possible de réaliser un cycle de Brayton à l'aide du système fermé, avec transvasement et en régime permanent, faisant l'objet de la figure 1. Nous considérons une système fonctionnant avec de l'**air**. L'air parcourent le cycle subit les transformations suivantes :

1-2 : compression adiabate et sans dissipation ;

2-3 : chauffage isobare par transfert-chaleur interne Q_R, réversible ;

3-4 : chauffage isobare par transfert-chaleur externe Q_E^+ avec une source chaude à température T_h ;

4-5 : détente adiabate et sans dissipation ;

5-6 : refroidissement isobare par transfert-chaleur interne Q_R, réversible ;

6-1 : refroidissement isobare par transfert-chaleur externe Q_a^- avec une source froide à température T_a (atmosphère).

Hypothèses

- Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables.
- L'air est assimilable à un gaz parfait.

Données

- Température atmosphérique : $T_a = 0°$ C
- Température de la source chaude : $T_h = 1200$ °C
- Pression minimale : p_{min}=1 bar
- Rapport des pression : $r_p = p_{max}/p_{min} = 4$
- Températures de l'air : T_1=15°C, T_4=850°C
- Débit-masse de l'air : $\dot{M}$ = 10 kg/s
- Chaleur spécifique à pression constante de l'air : c_p = 1.0087 kJ/(K kg)
- Facteur calorifique de l'air : Γ = 0.2857.

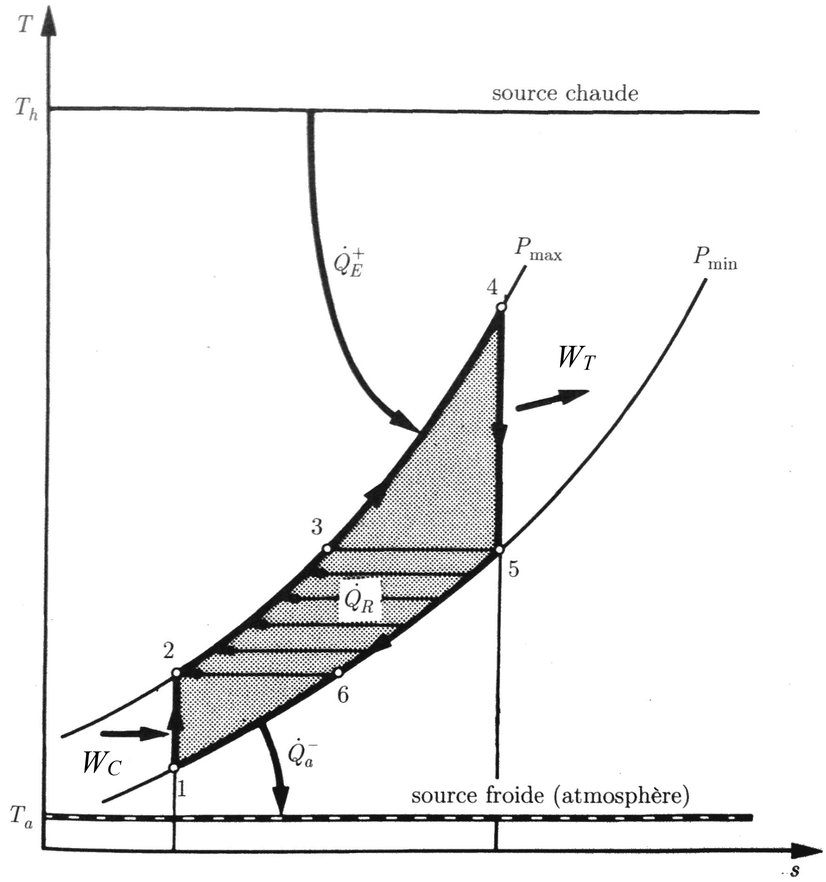

Figure 1

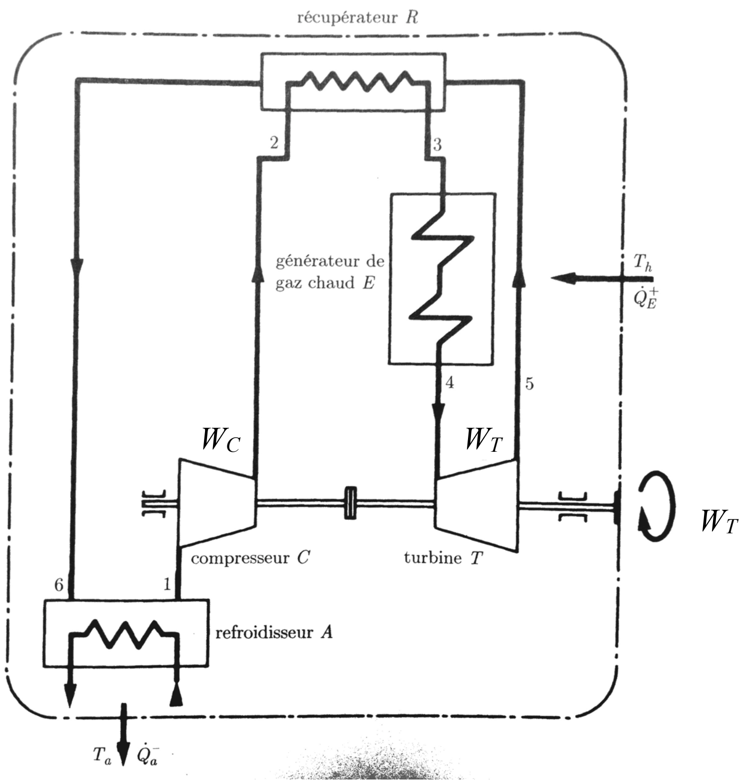

Figure 2

Questions

- Calculer les états thermodynamiques (p,T) aux points 2 à 6 du cycle.
- Calculer la puissance-travail et la puissance-chaleur mises en jeu au cours de chaque transformation.
- Calculer l'efficacité énergétique du cycle.

Solution

Observation : les travails et les transferts de chaleur sont calculés en valeurs absolues.

Etats thermodynamiques

Point 2 – La pression au point 2 est

$p_2 = p_{\max} = p_{\min} r_p = 4bar$

La transformation 1-2 est isentrope. Il est possible de calculer la température du point 2 selon la relation suivante : $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\Gamma}$. Donc :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_{\max}}{p_{\min}}\right)^{\Gamma} = (15°\mathrm{K} + 273.15°\mathrm{K})(4)^{0.2857} = 428.18°\mathrm{K}$$ (T_2=155.03°C)

Point 4 – La transformation 2-3-4 étant isobare, la pression au point 4 est :

$p_4 = p_{\max} = 4bar$

La température au point 4 est, selon les données :

$T_4 = 850°C$

Point 5 – Les transformations 2-3-4 et 5-6-1 étant isobares, le rapport de pression est :

$$\frac{p_{\min}}{p_{\max}} = \frac{1}{r_p} = 0.25$$

La transformation 4-5 est isentrope. Il est possible calculer la température au point 5 avec la même procédure utilisé pour déterminer la T_2 :

$$T_5 = T_4 \left(\frac{p_{\min}}{p_{\max}}\right)^{\Gamma} = (850°\mathrm{K} + 273.15°\mathrm{K})(0.25)^{0.2857} = 755.84°\mathrm{K}$$ (T_2=482.69°C)

Point 3 – La pression au point 3 est :

$p_3 = p_{\max} = 4bar$

Le transfert chaleur interne Q_R étant réversible, la température au point 3 est :

$T_3 = T_5 = 482.69°\mathrm{C}$

Point 6 – La pression et la température au point 6 sont :

$p_6 = p_{\min} = 1bar$

$T_6 = T_2 = 155.03°\mathrm{C}$

Puissance-travail et puissances-chaleur

Transformation 1-2 est une transformation adiabate, donc :

$Q_C = 0$ kW

$$W_C^+ = \dot{M}c_p\left(T_2 - T_1\right) = 10\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}1.0087\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K\ kg}}\left(155.03°\mathrm{C} - 15°\mathrm{C}\right) = 1412.5\ \mathrm{kW}$$

Transformation 2-3 est une transformation sans puissance-travail, donc :

$W_{2,3} = 0$ kW

$$Q_R = \dot{M}c_p\left(T_3 - T_2\right) = 10\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}1.0087\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K\ kg}}\left(482.69°\mathrm{C} - 155.03°\mathrm{C}\right) = 3305.1\ \mathrm{kW}$$

Transformation 3-4 – Est une transformation sans puissance-travail, donc :

$W_{3,4} = 0$ kW

$$Q_E^+ = \dot{M}c_p\left(T_4 - T_3\right) = 10\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}1.0087\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K\ kg}}\left(850°\mathrm{C} - 482.69°\mathrm{C}\right) = 3705.1\ \mathrm{kW}$$

Transformation 4-5 est une transformation adiabate, donc :

$Q_T = 0$ kW

$$W_T^- = \dot{M}c_p\left(T_4 - T_5\right) = 10\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}1.0087\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K\ kg}}\left(850°\mathrm{C} - 482.69°\mathrm{C}\right) = 3705.1\ \mathrm{kW}$$

Transformation 5-6 est une transformation sans puissance-travail, donc :

$W_{5,6} = 0$ kW

$$Q_R = \dot{M}c_p\left(T_5 - T_6\right) = 10\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}1.0087\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K\ kg}}\left(482.69°\mathrm{C} - 155.03°\mathrm{C}\right) = 3305.1\ \mathrm{kW}$$

Transformation 6-1 est une transformation sans puissance-travail, donc :

$W_a = 0$ kW

$$Q_a^- = \dot{M}c_p\left(T_6 - T_1\right) = 10\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}\,1.0087\,\frac{\text{kJ}}{\text{K kg}}\left(155.03°\text{C} - 15°\text{C}\right) = 1412.5\ \text{kW}$$

Efficacité motrice

L’efficacité motrice du cycle est, conformément à la définition :

$$\eta = \frac{W_T^- - W_C^+}{Q_E^+} = \frac{3705.1\text{kW} - 1412.5\text{kW}}{3705.1\text{kW}} = 61.9\%$$