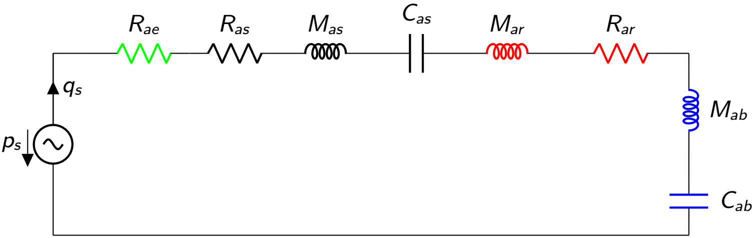
Complément de cours
calcul du rayonnement d'enceintes closes et à évents

H. Lissek

8 décembre 2016

Enceinte close: définitions

Circuit analogue acoustique du système haut-parleur + enceinte close (Volume V_b):



Enceinte close: définitions

Les composants du schéma analogue acoustique sont:

Partie électrique	
$p_s = \dfrac{B\ell U_s}{S_d R_e}$	**pression source analogue à la tension électrique de la source U_s**
$R_{ae} = \dfrac{(B\ell)^2}{S_d^2 R_e}$	**la résistance acoustique analogue à R_e, la résistance électrique DCde la bobine**
	(nous négligeons ici la résistance de sortie de la source de tension U_s ainsi que l'inductance électrique L_e de la bobine)
Partie mécanique	
$R_{as} = \dfrac{R_{ms}}{S_d^2}$	**la résistance acoustique correspondant à la résistance mécanique du haut-parleur**
$M_{as} = \dfrac{M_{ms}}{S_d^2}$	**la masse acoustique correspondant à la masse mobile du haut-parleur**
$C_{as} = S_d^2 C_{ms}$	**la compliance acoustique correspondant à la compliance mécanique du haut-parleur**
Partie acoustique	
$M_{ar} = \dfrac{8}{3\pi} \dfrac{\rho a}{S_d}$	**la masse de rayonnement d'un piston encastré de rayon $a = \sqrt{S_d/\pi}$**
$R_{ar} \approx \dfrac{\rho c}{S_d} \dfrac{(ka)^2}{4}$	**la résistance de rayonnement d'une source "pulsante" de rayon a (angle solide 4π)**
$M_{ab} \approx M_{ar} \approx \dfrac{8}{3\pi} \dfrac{\rho a}{S_d}$	**la masse de discontinuité à l'intérieur de l'enceinte**
	(déformation de la vitesse particulaire dans l'enceinte)
$C_{ab} = S_d^2 C_{ms}$	**la compliance acoustique équivalente du volume de l'enceinte V_b**

Enceinte close: rayonnement

Le haut-parleur sur enceinte close est assimilé à une petite source monopolaire de rayon a de débit volumique q_s. La pression rayonnée est donc:
$p(r) = jkZ_c q_s \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} = j\rho\omega q_s \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$.
Il suffit donc de déterminer q_s en fonction de l'excitation U_s.

Or: $q_s = \dfrac{p_s}{Z_{ac}}$, où $Z_{ac} = R_{ac} + j\omega M_{ac} + \dfrac{1}{j\omega C_{ac}}$ avec:
$R_{ac} = R_{ae} + R_{as} + R_{ar}$: pertes totales du haut-parleur sur enceinte close
$M_{ac} = M_{as} + M_{ar} + M_{ab}$: masse acoustique totale
$C_{ac} = \dfrac{C_{as} C_{ab}}{C_{as} + C_{ab}}$: compliance acoustique totale

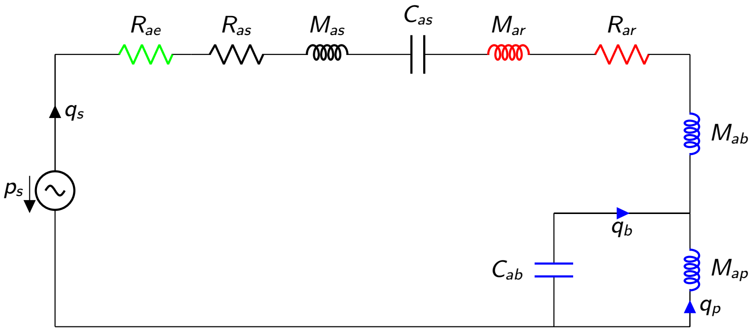
Enceinte close: réponse en pression

En reprenant l'expression du rayonnement acoustique de l'enceinte close:
$p(r) = \rho \frac{B\ell}{S_d R_e} U_s \frac{(j\omega)^2 C_{ac}}{(j\omega)^2 M_{ac} C_{ac} + j\omega R_{ac} C_{ac} + 1} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$
En définissant: $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{M_{ac} C_{ac}}}$ et $Q_{tc} = \frac{1}{\omega_s R_{ac} C_{ac}}$ la fréquence de résonance et le facteur de qualité du résonateur acoustique (R_{ac}, M_{ac}, C_{ac}), on observe que:
$C_{ac} = \frac{1}{\omega_c R_{ac} Q_{tc}}$
$M_{ac} C_{ac} = \frac{1}{\omega_c^2}$
$R_{ac} C_{ac} = \frac{1}{\omega_c Q_{tc}}$
On aboutit à l'expression suivante de la pression rayonnée:

$$p(r) = \frac{\rho B\ell S_d U_s}{R_e M_{ms}} \frac{\left(\frac{j\omega}{\omega_c}\right)^2}{\left(\frac{j\omega}{\omega_c}\right)^2 + \frac{1}{Q_{tc}}\left(\frac{j\omega}{\omega_c}\right) + 1} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$$

Enceinte à évent: définitions

Circuit analogue acoustique du système haut-parleur + enceinte à évent (bass-reflex):



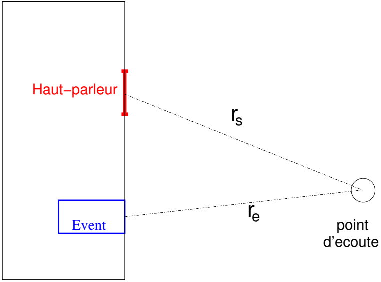
Enceinte à évent: définitions

Dans la représentation analogue acoustique du système haut-parleur sur enceinte bass-reflex (à évent):

- la tension électrique U_s appliquée aux bornes du haut-parleur est remplacée par la pression équivalente p_s:
  $$p_s = \frac{B\ell}{S_d R_e} U_s.$$
- l'impédance acoustique totale du haut-parleur (en excluant le résonateur de Helmholtz de l'enceinte à évent) devient:
  $$Z'_{as} = (R_{ae} + R_{as} + R_{ar}) + j\omega\left(M_{as} + M_{ab} + M_{ar}\right) + \frac{1}{j\omega C_{as}}$$
- l'impédance acoustique équivalente au résonateur de Helmholtz constitué du volume V_b (compliance acoustique $C_{ab} = \frac{V_b}{\rho c^2}$) et de l'évent de longueur l_p et de section s_p (masse acoustique $m_{ap} = \rho \frac{a_p + 2\Delta L}{s_p}$, avec ΔL la correction de bout correspondant aux rayonnements acoustiques des 2 côtés de l'évent $\Delta L \approx \frac{8a}{3\pi}$) s'écrit:
  $$Z_{ab} = \frac{j\omega M_{ap}}{(j\omega)^2 M_{ap} C_{ab} + 1} = \frac{j\omega M_{ap}}{\left(\frac{j\omega}{\omega_p}\right)^2 + 1}, \text{ avec } \omega_p = \frac{1}{\sqrt{M_{ap} C_{ab}}}$$

Enceinte à évent: rayonnement acoustique

La pression acoustique rayonnée à une distance r est la somme des contributions de la membrane du haut-parleur et du piston équivalent à la sortie de l'évent. A une distance suffisemment grande, on peut calculer la pression résultante comme celle d'un monopole centrée au centre acoustique (à égale distance du haut-parleur et de l'évent) de débit $q_s + q_p = -q_b$.



Elle s'écrit ainsi comme une fonction du débit q_b nécessaire pour comprimer l'air compris dans le volume V_b : $p(r) = -j\omega\rho\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}q_b$.

Enceinte à évent: réponse en pression

D'après le schéma équivalent acoustique, $q_b = -j\omega C_{ab} p_b$,
où p_b est la pression dans l'enceinte de volume V_b.
La pression p_b peut être déduite simplement (diviseur de pression):

$$p_b = \frac{Z_{ab}}{Z_{ab} + Z'_{as}} p_s.$$

Ainsi: $p(r) = -j\omega\rho \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} q_b = \rho \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \frac{(j\omega)^2 C_{ab} Z_{ab}}{Z_{ab} + Z'_{as}} p_s.$

Réponse en pression

$$p(r) = \frac{B\ell}{S_d R_e}\rho U_s \frac{(j\omega)^2 C_{ab} j\omega M_{ap}}{\left[\left(\frac{j\omega}{\omega_p}\right)^2 + 1\right]\left[j\omega M'_{as} + R'_{as} + \frac{1}{j\omega C_{as}}\right] + j\omega M_{ap}} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}.$$

Finalement:

$$p(r) = \frac{B\ell\rho U_s}{S_d R_e M'_{as}} \frac{(j\omega)^4 C_{as} M'_{as} C_{ab} M_{ap}}{\frac{(j\omega)^4}{\omega_p^2} M'_{as} C_{as} + \frac{(j\omega)^3}{\omega_p^2} R'_{as} C_{as} + (j\omega)^2 \left[\frac{1}{\omega_p^2} + M'_{as} C_{as} + M_{ap} C_{as}\right] + j\omega R'_{as} C_{as} + 1} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}.$$

En reprenant la définition $\omega_s = \frac{1}{\sqrt{M'_{as} C_{as}}}$ et $Q_{ts} = \frac{1}{\omega_s R'_{as} C_{as}}$, il vient:

$$p(r) = \frac{B\ell S_d \rho U_s}{R_e M'_{ms}} \frac{\left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right)^4 \frac{\omega_s^2}{\omega_p^2}}{\left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right)^4 \frac{\omega_s^2}{\omega_p^2} + \left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right)^3 \frac{1}{Q_{ts}} \frac{\omega_s^2}{\omega_p^2} + \left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right)^2 \left[\frac{\omega_s^2}{\omega_p^2} + 1 + \frac{C_{as}}{C_{ab}} \frac{\omega_s^2}{\omega_p^2}\right] + \left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right) \frac{1}{Q_{ts}} + 1} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}.$$

en posant $\alpha = \frac{C_{as}}{C_{ab}}$ et $h = \frac{\omega_p}{\omega_s}$, il vient:

$$p(r) = \frac{\rho B\ell S_d U_s}{R_e M'_{ms}} \frac{\left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right)^4 h^{-2}}{\left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right)^4 h^{-2} + \left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right)^3 \frac{h^{-2}}{Q_{ts}} + \left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right)^2 \left[1 + h^{-2}(1+\alpha)\right] + \left(\frac{j\omega}{\omega_s}\right) \frac{1}{Q_{ts}} + 1} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}.$$