

3.3 Transducteurs électrostatiques

H. Lissek

9 novembre 2017

Objectifs et pré-requis

Objectifs

Les objectifs de ce cours sont

- de présenter de manière simple les **phénomènes physiques** responsables de la transduction électrostatique;
- de décrire ces phénomènes à travers des **équations de couplage** reliant les grandeurs électriques (U, i) et les grandeurs mécaniques (F, v);
- de représenter ce couplage à travers des **schémas analogues électriques**.

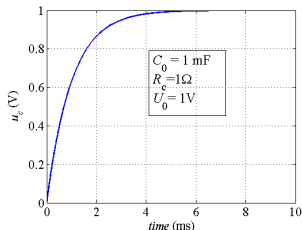
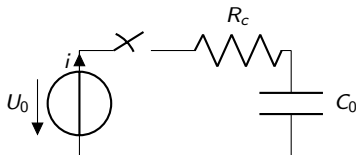
Pré-requis

Les pré-requis sont

- des notions de base sur les condensateurs électrostatiques,
- l'électrotechnique,
- les analogies électro-mécaniques.

Charge d'un condensateur

Tension constante U_0 appliquée au condensateur.



Lorsque l'on enclenche le switch, des électrons s'accumulent sur l'électrode négative: charge $-Q$.

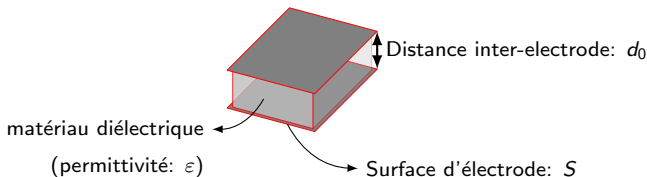
Sur l'électrode positive, il se produit un déficit d'électrons qui peut être représenté par une charge accumulée $+Q$.

Ce processus se ralentit avec le temps et s'arrête lorsque la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur a atteint celle du générateur: $u(\infty) = U_0$.

Capacité d'un condensateur

Condensateur: 2 électrodes planes et immobiles, de surface S , séparées par un milieu diélectrique d'épaisseur d_0 .

Figure: Condensateur plan



Le rapport des charges accumulées Q et de la tension U_0 entre les électrodes du condensateur est appelé la **capacité électrique** C_0 du condensateur:

$$C_0 = \frac{Q}{U_0} \text{ (unité: Farad).}$$

La capacité dépend de la **géométrie** (la surface des électrodes et l'épaisseur du diélectrique les séparant) et de la permittivité ϵ . Pour un condensateur plan, C_0 vaut:

$$C_0 = \frac{\epsilon S}{d_0}.$$

Force électrostatique

Les électrodes se faisant face présentant des charges électriques opposées, une force électrostatique est induite (cf. loi de Coulomb):

$$F_e = \frac{1}{2} \frac{1}{C_0 d_0} Q^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon S} Q^2$$

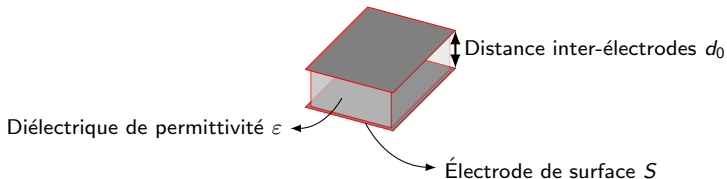


Figure: Condensateur plan

Le transducteur électrostatique

La transduction électrostatique résulte d'une **variation de la capacité**, par exemple lorsqu'une électrode est mobile. Une **polarisation** garantit des charges opposées aux deux électrodes.

La transduction s'exprime par deux processus:

- la variation de la distance entre les électrodes crée une tension entre les électrodes (fonctionnement en capteur)
- la force électrostatique induit un mouvement de l'électrode mobile (fonctionnement en actionneur)

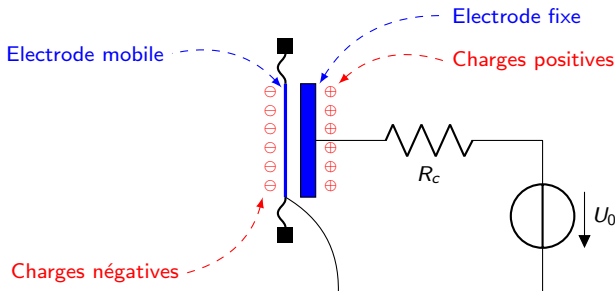


Figure: Le transducteur électrostatique

Capteur électrostatique (microphone)

L'électrode mobile se déplace sous l'action d'un onde acoustique incidente: la distance inter-electrode varie.

La capacité du condensateur, qui dépend de la distance inter-électrodes, va varier en conséquence, faisant varier

- soit la tension entre les électrodes (charge constante),
- soit la charge accumulée (tension de polarisation constante).

Cette variation de tension/charge est donc générée par la **vibration** de l'électrode mobile, elle-même générée par l'**onde acoustique** incidente.



Figure: microphone électrostatique 1/2" Brüel & Kjaer. Gauche: la grille de protection a été enlevée, afin de laisser apparaître l'électrode mobile. Droite: l'électrode mobile a été enlevée, afin de laisser apparaître l'électrode fixe.

Actionneur électrostatique (haut-parleur)

Une variation de la tension entre les électrodes induit une variation de la charge accumulée.

La force électrostatique varie en conséquence, et l'électrode mobile est mise en mouvement.

Cette vibration produit une onde de pression: un son est émis, résultant du **signal de tension électrique** entre ses électrodes.



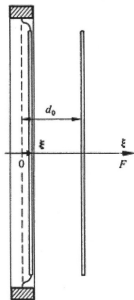
Figure: Haut-parleur électrostatique Quad

Couplage électrostatique: capteur

Une force externe est appliquée sur l'électrode mobile.

L'électrode mobile bouge: élongation $\xi(t)$.

La capacité $C(t)$ varie selon:



$$C(t) = \varepsilon \frac{S}{d_0 - \xi(t)} = \frac{\varepsilon S}{d_0} \frac{1}{1 - \frac{\xi(t)}{d_0}}$$

et donc la tension entre les électrodes varie selon:

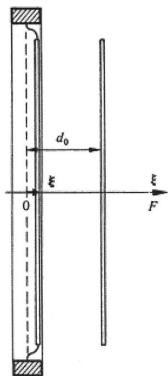
$$u(t) = \frac{Q(t)}{C(t)} = \frac{Q(t)}{C_0} - \frac{1}{C_0 d_0} Q(t) \xi(t)$$

$$\text{avec } C_0 = \frac{\varepsilon S}{d_0}$$

Couplage électrostatique: actionneur

Une tension (variable) est imposée entre les électrodes.

La charge accumulée $Q(t)$ varie en conséquence. La force électrostatique varie donc selon:



$$F_e(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon S} Q^2(t)$$

Non-linéarité du couplage

Les équations de couplage sont non-linéaires:

$$u(t) = \frac{Q(t)}{C_0} - \frac{1}{C_0 d_0} Q(t) \xi(t)$$

$$F_e(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{C_0 d_0} Q^2(t)$$

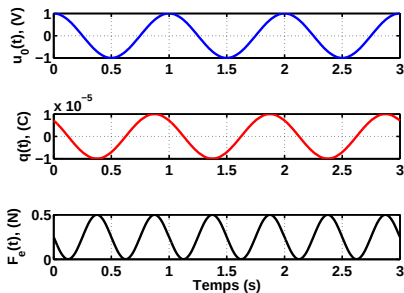


Figure: Non-linéarité de la transduction électrostatique : $F_e(t) \geq 0$ et $F_e(t)$ varie à la fréquence $2f$.

Linéarisation de l'actionneur (1/2)

Le condensateur est **polarisé** à l'aide d'une tension continue U_0 , s'ajoutant à la tension variable délivrée par le générateur de signal: $u(t) \leftrightarrow U_0 + u(t)$

La distance inter-electrode s'écrit: $d(t) = d_0 - \xi(t)$.

La charge Q du condensateur aura également un composante continue et une variable: $Q(t) = Q_0 + Q_a(t)$,
de même pour la capacité:

$$C(t) = C_0 \frac{1}{1 - \frac{\xi(t)}{d_0}}$$

si on considère de petits mouvement de l'électrode mobile ($\xi \ll d_0$), on peut linéariser:

$$C(t) \approx C_0 \left(1 + \frac{\xi(t)}{d_0} \right)$$

Linéarisation de l'actionneur (2/2)

Si on considère que $u(t) \ll U_0$ et $\xi(t) \ll d_0$, la force électrostatique s'écrit:

$$\begin{aligned} F_e(t) &= \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon S} \frac{[U_0 + u(t)]^2}{[d_0 - \xi(t)]^2} \\ &\simeq \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon S} \frac{[U_0 + u(t)]^2}{d_0^2} \left[1 + \frac{\xi(t)}{d_0} \right]^2 \\ &\simeq \underbrace{\frac{C_0 U_0^2}{2d_0}}_{\text{rouge}} + \underbrace{\frac{C_0 U_0}{d_0} u(t) + \frac{C_0 U_0^2}{d_0^2} \xi(t)}_{\text{bleu}} \end{aligned}$$

En rouge: composante continue (polarisation).

En bleu = composante variable linéarisée.

Linéarisation de l'actionneur (2/2)

Si on considère que $u(t) \ll U_0$ et $\xi(t) \ll d_0$, la force électrostatique s'écrit:

$$\begin{aligned}
 F_e(t) &= \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon S} \frac{[U_0 + u(t)]^2}{[d_0 - \xi(t)]^2} \\
 &\simeq \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon S} \frac{[U_0 + u(t)]^2}{d_0^2} \left[1 + \frac{\xi(t)}{d_0} \right]^2 \\
 &\simeq \underbrace{\frac{C_0 U_0^2}{2d_0}}_{\text{rouge}} + \underbrace{\frac{C_0 U_0}{d_0} u(t) + \frac{C_0 U_0^2}{d_0^2} \xi(t)}_{\text{bleu}}
 \end{aligned}$$

En rouge: composante continue (polarisation).

En bleu = composante variable linéarisée.

Après découplage de la tension continue (filtre passe-haut), en notation complexe (en remplaçant ξ par $\frac{1}{j\omega} v$):

$$F_e = \Gamma_s u + \frac{\Gamma_s^2}{j\omega C_0} v$$

en notant $\Gamma_s = C_0 U_0 / d_0$ le coefficient de couplage électrostatique.

Linéarisation du capteur

Nous rappelons la relation entre $C(t)$ et $\xi(t)$ ($\xi \ll d_0$):

$$C(t) \approx C_0 \left(1 + \frac{\xi(t)}{d_0} \right)$$

La charge $Q(t)$ s'écrit:

$$Q(t) = C_0 U_0 + C_0 u(t) + \frac{C_0 U_0}{d_0} \xi(t) + \frac{C_0}{d_0} \xi(t) u(t)$$

Linéarisation du capteur

Nous rappelons la relation entre $C(t)$ et $\xi(t)$ ($\xi \ll d_0$):

$$C(t) \approx C_0 \left(1 + \frac{\xi(t)}{d_0} \right)$$

La charge $Q(t)$ s'écrit:

$$Q(t) = C_0 U_0 + C_0 u(t) + \frac{C_0 U_0}{d_0} \xi(t) + \frac{C_0}{d_0} \xi(t) u(t)$$

En négligeant les termes du second ordre, cette relation devient :

$$Q_c(t) \simeq C_0 U_0 + C_0 u(t) + \frac{C_0 U_0}{d_0} \xi(t)$$

En dérivant par rapport au temps:

$$i(t) \simeq C_0 \frac{du(t)}{dt} + \frac{C_0 U_0}{d_0} v(t)$$

Ou, en notation complexe:

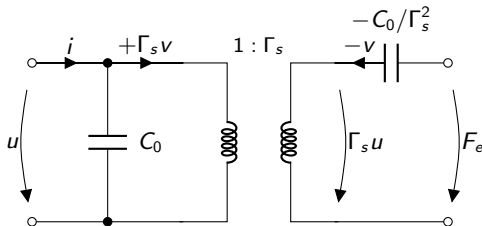
$$i = j\omega C_0 u + \Gamma_s v$$

Représentation du couplage électrostatique

En résumé, les deux équations de couplage qui décrivent la transduction électrostatique sont les suivantes :

$$\begin{cases} F_e = \Gamma_s u + \frac{\Gamma_s^2}{j\omega C_0} v \\ i = j\omega C_0 u + \Gamma_s v \end{cases}$$

Ces équations de couplage peuvent se mettre sous la forme du circuit électrique équivalent suivant (convention actionneur) :

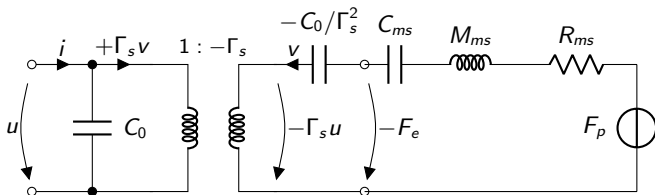


Exemple: microphone électrostatique (1/3)

La membrane du microphone peut être modélisée par un résonateur mécanique à 1 degré de liberté (R_{ms} , M_{ms} , C_{ms}) de surface S_d , soumis à une force de pression $F_p = S_d p$. Cette force s'ajoute à la force électrostatique, selon la convention prise au début du cours.

$$F_p + F_e = \left(R_{ms} + j\omega M_{ms} + \frac{1}{j\omega C_{ms}} \right) v$$

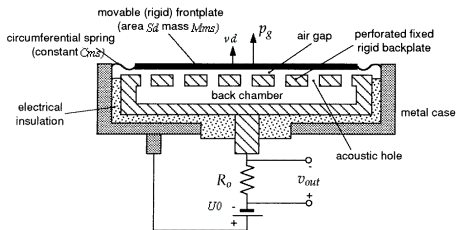
$$\begin{cases} -F_e = -\Gamma_s u - \frac{\Gamma_s^2}{j\omega C_0} v \\ i = j\omega C_0 u + \Gamma_s v \end{cases}$$



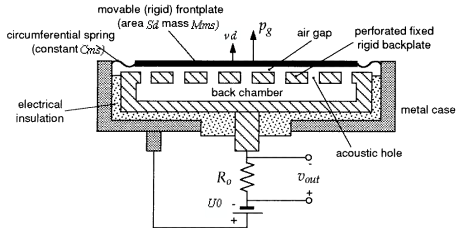
Exemple: microphone électrostatique (2/3)

Du côté électrique, le microphone est connecté à un appareil de mesure, ou un préampli, comprenant une polarisation permanente U_0 , découplée du signal correspondant à la captation de pression acoustique.

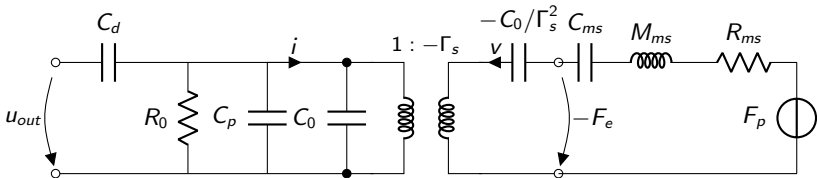
Une résistance R_0 et une capacité de découplage C_d permettent de filtrer la tension continue U_0 du côté électrique, et une capacité parasite C_p est créée entre le boîtier du microphone (au même potentiel que la membrane mobile) et l'armature arrière immobile.



Exemple: microphone électrostatique (3/3)



Si on fait abstraction de la tension DC et du circuit de découplage, on peut représenter le circuit complet du microphone électrostatique comme:



M. Rossi, "Audio", chapitre 7.3, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2007.

Harrie A C Tilmans, Equivalent circuit representation of electromechanical transducers: I. Lumped-parameter systems, Jour. of Micromechanics and Microengineering, 6(2), 1996
(<http://dx.doi.org/10.1088/0960-1317/6/1/036>)