

3.2 Transduction électrodynamique

H. Lissek

9 novembre 2017

Objectif et prérequis

Objectif

L'objectif de ce cours est

- de présenter simplement les **phénomènes physiques** responsables de la transduction électrodynamique ;
- de décrire ces phénomènes au moyen d'**équations de couplage** reliant les grandeurs électriques (U, i) et mécaniques (F, v) ;
- de traduire ces équations de couplage sous forme de **schémas électriques équivalents**.

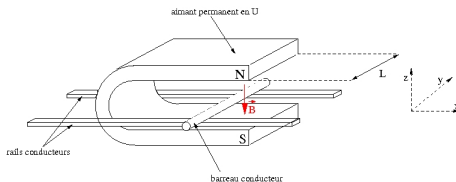
Pré-requis

Les prérequis relatifs à ce cours concernent

- quelques notions de base d'électromagnétisme (une maîtrise fine de ce large champ de la physique n'étant toutefois pas requise),
- l'électrotechnique,
- les analogies électro-mécaniques.

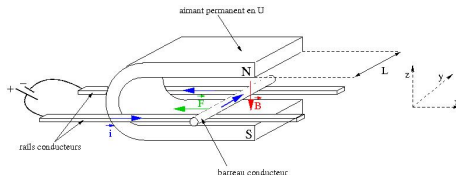
Expérience académique

★ Considérons le dispositif simple de la figure qui suit, constitué d'un barreau conducteur susceptible de rouler sur deux rails conducteurs, le long de l'axe $\vec{x}$. Un aimant en U est placé entre les deux rails, de sorte que le barreau conducteur est baigné dans un champ magnétique constant $\vec{B}$ de direction $-\vec{z}$



★ Il s'agit d'un transducteur électromagnétique, pouvant fonctionner en mode **actionneur** (le barreau étant mis en mouvement lorsqu'un courant électrique le traverse), ou bien en mode **capteur** (la mise en mouvement du barreau induisant une tension électrique à ses bornes).

Force de Laplace (1)



★ Considérons tout d'abord que le barreau conducteur est traversé par un courant électrique $\vec{i}$. Sous l'effet conjoint du champ magnétique $\vec{B}$ et du courant $\vec{i}$, une **force électromagnétique** ou **force de Laplace** $\vec{F}$ s'applique sur le barreau.

★ L'amplitude de cette force est proportionnelle à celles du courant i , du champ magnétique B , ainsi qu'à la longueur ℓ du barreau conducteur, et $\vec{F}$ est orientée de telle sorte que le jeu de trois vecteurs $\vec{i}$, $\vec{B}$ et $\vec{F}$ constitue une base orthogonale directe :

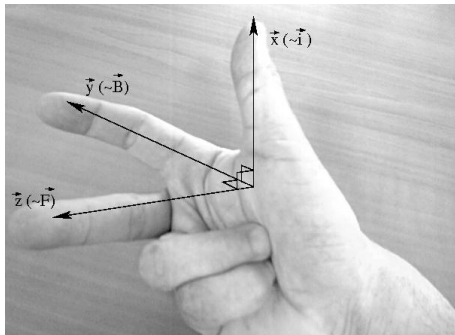
$$\vec{F} = \ell \vec{i} \times \vec{B}.$$

★ Par la suite, la force de Laplace aura pour effet de mettre en mouvement le barreau, mouvement qui sera également contrôlé par les autres forces (frottement, élasticité, inertie) appliquées au barreau.

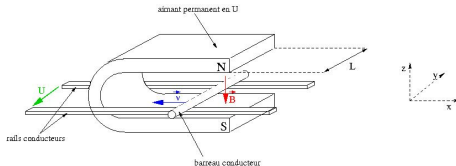
Remarque : la longueur ℓ de barreau à considérer ici est celle qui est baignée dans le champ magnétique.

Force de Laplace (2)

Il existe différentes méthodes permettant de retrouver facilement la direction et le sens de la force de Laplace $\vec{F} = \ell \vec{i} \times \vec{B}$, et notamment la règle dite "de la main droite"



Loi de Lenz



- ★ Considérons à présent que le barreau est mis en mouvement suivant l'axe $\vec{x}$ sous l'effet d'une force extérieure. Sous l'effet conjoint du champ magnétique $\vec{B}$ et du mouvement à la vitesse $\vec{v}$ du barreau, une tension induite appelée **"force" électromotrice U** s'établit aux bornes du barreau.
- ★ Cette différence de potentiel est proportionnelle à la longueur ℓ du conducteur en mouvement et aux amplitudes de la vitesse et du champ magnétique.

$$U = -B\ell v$$

Note : le signe $-$ vient ici de la projection du vecteur v sur l'axe $\vec{x}$, qui entraîne une fem s'opposant à l'établissement de la vitesse (dans le cas illustré ici U aura un signe "positif" dans la convention choisie, où le courant induit circulera ensuite dans le barreau selon le sens opposée à l'axe y , et entraînera une force de Laplace positive selon $\vec{x}$).

Force électromagnétique vs "force" électromotrice ?

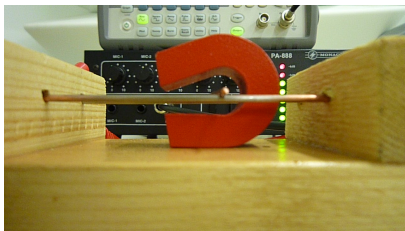
★ Un point fondamental relatif aux phénomènes discutés auparavant, est qu'ils sont, par nature, **indissociables**. Considérons une portion de conducteur électrique, baignée dans un champ magnétique $\vec{B}$.

- lorsqu'elle est parcourue par un courant $\vec{i}$, elle subit de ce fait une **force** électromagnétique $\vec{F} = B\ell\vec{i}$, ce qui la met en mouvement (**vitesse** $\vec{v}$),
- ce mouvement génère alors une **tension** ("force électromotrice" $U = -B\ell v$) aux bornes du barreau, **qui aura pour effet de diminuer le courant qui est la cause de son mouvement**.

★ Les deux phénomènes sont donc très clairement **couplés** et sont responsables de la nature **réversible** des transducteurs électrodynamiques ...

Régime oscillant (1/2)

★ Et si le barreau est soumis à un courant sinusoïdal ?



Régime oscillant (2/2)

★ **Remarque** : On peut noter sur la vidéo les oscillations de l'indicateur de niveau (diodes électroluminescentes vertes et rouges) de l'amplificateur de puissance.

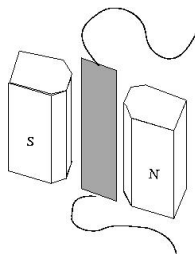
On peut comprendre que ces oscillations sont dues à une variation de la charge électrique "vue" par l'amplificateur audio, elle-même liée à une variation de la longueur effective des rails en inox lors du déplacement du barreau ainsi qu'à la force électromotrice oscillante générée par le mouvement du barreau.

★ Les propos tenus précédemment valent donc également dans le cas où les couples de variables mécaniques (F, v) et électriques (U, i) sont des quantités fluctuantes dans le temps, et les équations de couplages s'écrivent, en toute généralité (mais en laissant toutefois de côté le caractère vectoriel des grandeurs) :

$$\begin{aligned} F(t) &= Bli(t) \\ U(t) &= -Blv(t) \end{aligned}$$

Le haut-parleur à ruban

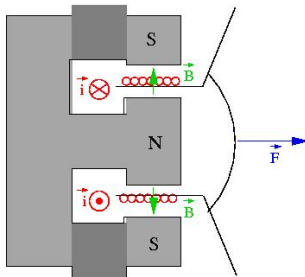
- ★ En remplaçant le barreau par une membrane conductrice, on obtient alors un haut-parleur (la grande surface de l'élément mécanique permet d'obtenir un meilleur couplage mécano-acoustique).
- ★ Ce type de haut-parleur (ou de microphone) porte le nom de haut-parleur à ruban.



Son utilisation est néanmoins très peu répandue, car trop encombrant. Le développement des transducteurs électrodynamiques a mené à des géométries axisymétriques permettant une transduction plus efficace (à compacité équivalente), plus robuste et moins couteuse. De nos jours, la grande majorité des transducteurs électrodynamiques sont basés sur une géométrie axisymétrique : les **haut-parleurs électrodynamiques à bobine mobile**.

Comment faire un transducteur électrodynamique plus compact ?

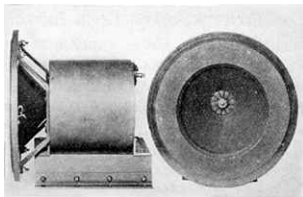
★ Un moyen d'augmenter l'efficacité de la transduction est d'augmenter la longueur ℓ de conducteur baigné dans le champ magnétique $\vec{B}$, tout en conservant une grande surface de rayonnement. Pour maintenir une certaine compacité de l'objet (en épaisseur), une solution consiste à enrouler le conducteur sous forme d'une bobine, ce qui impose de repenser la distribution spatiale du champ magnétique $\vec{B}$, qui doit alors présenter une structure radiale centrée sur l'axe de la bobine.



Note : la surface de rayonnement est toutefois contrainte par l'hypothèse "basses-fréquences" ($ka \ll 1$ où a est le rayon de la membrane).

Structure d'un haut-parleur à bobine mobile

★ Dans son architecture conventionnelle, celle datant du brevet de Rice & Kellogg déposé en 1925, un haut-parleur électrodynamique à bobine mobile est constitué d'une bobine solidaire de la membrane et placée dans un champ magnétique radial.



Photographie du haut-parleur électrodynamique développé et breveté par Chester W. Rice et Edward W. Kellogg (brevet No. 1,812,389).

[http ://www.aes.org/aeshc/docs/recording.technology.history/rice-kellogg.html](http://www.aes.org/aeshc/docs/recording.technology.history/rice-kellogg.html)

Le haut-parleur en mode actionneur (1/2)

★ Sur les vidéos qui suivent, un haut-parleur électrodynamique du commerce est connecté à un amplificateur de puissance, lui-même connecté à un générateur basses-fréquences délivrant un signal sinusoïdal de fréquence variable. On peut noter d'une part que l'amplitude du mouvement de la membrane dépend de la fréquence d'excitation, et d'autre part (bien sûr) que le son émis n'est pas perceptible en basses fréquences (5 Hz et 20 Hz).



De gauche à droite : vidéos d'un haut-parleur excité à 5 Hz (gauche), 20 Hz (center) et 100 Hz (droite)

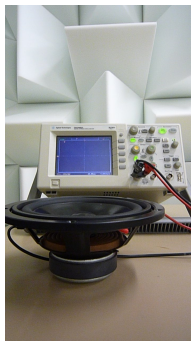
Le haut-parleur en mode actionneur (2/2)

★ **Remarque 1** : on peut noter, là encore, et notamment sur la vidéo montrant le haut-parleur excité à 5 Hz, de variations de l'indicateur de "niveau" (LED) de l'amplificateur de puissance. L'interprétation de ces variations est la même que pour la vidéo du barreau en mouvement oscillant.

★ **Remarque 2** : sur la vidéo montrant le haut-parleur excité à la fréquence de 20 Hz, il faut prendre garde au fait que la fréquence "visible" ne correspond pas à la fréquence réelle (20 Hz) du mouvement de la membrane du haut-parleur. Ainsi, en comptant le nombre d'aller-retour effectué par la membrane sur une période donnée, nous ne retrouverions pas une fréquence de 20 cycles par seconde. Ceci est dû au fait que la fréquence d'acquisition d'images de la caméra (ici un simple appareil photographique en mode vidéo) ne permet que de donner une image stroboscopique (sous-échantillonnée) du mouvement de la membrane.

Le haut-parleur en mode capteur

★ Un haut-parleur électrodynamique est un transducteur réversible. Il peut donc être utilisé comme capteur (bien que son dimensionnement ne soit pas optimisé pour cette fonction). Sur la vidéo qui suit, le haut-parleur est simplement connecté à l'entrée d'un oscilloscope, et l'excitation est réalisée par un claquement de main à proximité de la membrane. On peut observer à l'oscilloscope la tension générée dans la bobine du haut-parleur. Un point intéressant concerne la présence d'une sinusoïde amortie après l'impulsion initiale, qui traduit le comportement mécanique de l'équipage mobile du haut-parleur (oscillation libre après excitation impulsionnelle).



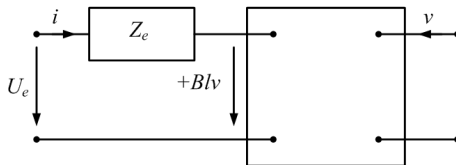
Equations de couplage (1)

★ Les équations de couplage d'un transducteur électrodynamique sont directement déduites des lois de comportement énoncées précédemment. **Nous allons définir la vitesse v de manière à présenter un schéma de couplage symétrique. La tension contre-électromotrice s'écrit alors $U = +Blv$**

Côté électrique :

Le transducteur électrodynamique est également constitué, du côté électrique, d'une bobine conductrice qui est un dipôle passif (résistance R_e et inductance L_e en série), dont on doit tenir compte dans le couplage. Si on considère un générateur de tension U_e aux bornes électriques du transducteur, on obtient :

$$U_e - Blv = Z_e i$$



où $Z_e = R_e + jL_e\omega$ représente l'impédance électrique de la bobine (résistance R_e , inductance L_e).

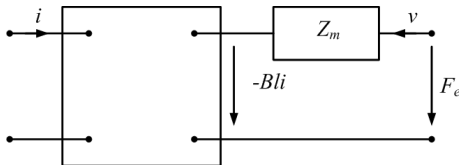
Equations de couplage (2)

★ Les équations de couplage d'un transducteur électrodynamique sont directement déduites des lois de comportement énoncées précédemment. Nous avons défini la vitesse v de manière à présenter un schéma de couplage symétrique. La force électromotrice s'écrit toujours $F = Bli$

Côté mécanique :

De la même manière, la membrane du transducteur électrodynamique est un résonateur mécanique (résistance R_m , masse M et compliance mécanique C_m) dont on doit tenir compte dans l'expression de la loi de Newton. Si on considère que la membrane du haut-parleur est soumise à des forces externes F_e (excluant la force de Laplace), on obtient :

$$F_e + Bli = Z_m v$$



où $Z_m = R_m + j\omega M + \frac{1}{j\omega C_m}$ représente l'impédance mécanique de la membrane.

Equations de couplage (3)

★ Les équations de couplage d'un transducteur électrodynamique sont directement déduites des lois de comportement énoncées précédemment (force électromotrice $F = Bli$ et tension contre-électromotrice $-Blv$).

Ainsi, les équations de couplage d'un haut-parleur électrodynamique sont :

$$U_e - Z_e i = Blv,$$

$$F_e - Z_m v = -Bli,$$

$B\ell$ représente le "facteur de force" du transducteur (ℓ représentant la longueur déroulée de la bobine, et B le champ magnétique moyen dans l'entrefer).

Représentation par un transformateur (1)

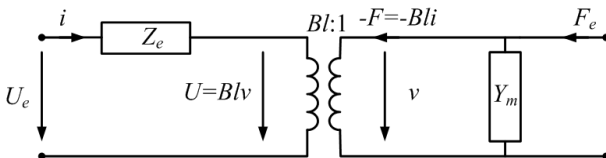
Si on réintroduit $U = U_e - Z_e i = B\ell v$, et $-F = F_e - Z_m v = -B\ell i$, la matrice de couplage est

$$\begin{pmatrix} U \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B\ell & 0 \\ 0 & \frac{1}{B\ell} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ -F \end{pmatrix},$$

il apparaît une matrice diagonale de couplage qui peut être représentée par un transformateur électrique.

Représentation par un transformateur (2)

★ Une représentation électrique équivalente possible de la transduction électrodynamique est celle de la figure ci-dessous, mettant en jeu un transformateur dont le rapport de transformation vaut Bl .



où $Y_m = 1/Z_m$ est l'admittance mécanique de la membrane du haut-parleur.

★ Cette représentation est cependant peu utilisée, car elle ne permet pas de conserver le même type d'analogie de part et d'autre du transformateur. En effet, le couple de variable F et v est ici représenté en analogie admittance (ou analogie inverse), la force F étant représentée par un courant, et la vitesse v par une tension. Aussi, bien qu'il ne s'agisse là que d'un problème de représentation indépendant de la physique du problème, on préférera généralement faire usage d'un gyrateur pour représenter la transduction électrodynamique.

Représentation par un gyrateur (1)

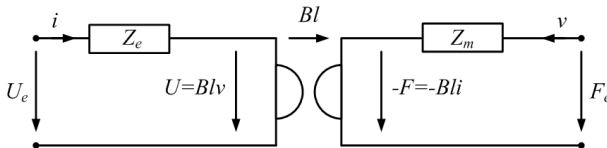
Si on réintroduit $U = U_e - Z_e i = B\ell v$, et $-F = F_e - Z_m v = -B\ell i$, la matrice de couplage est

$$\begin{pmatrix} U \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & B\ell \\ -\frac{1}{B\ell} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -F \\ v \end{pmatrix},$$

il apparaît une matrice de couplage qui peut être représentée par un gyrateur électrique.

Représentation par un gyrateur (2)

★ La représentation du couplage par un gyrateur est schématisée sur la figure qui suit, où $B\ell$: 1 représente le taux de gyration du quadripôle.



★ Ce gyrateur, dont la réalité physique est moins évidente que celle d'un transformateur, présente l'avantage de respecter la physique du problème en ce sens qu'à l'instar des grandeurs électriques, les grandeurs mécaniques sont représentées en analogie directe.

Comme mentionné précédemment, tout ceci n'est que convention de représentation et il convient avant tout de retenir les équations de couplages cachées derrière la représentation du gyrateur.

Représentation sans quadripoles Schémas électriques "équivalents"

★ Il est également possible de supprimer les quadripoles, de manière à ne conserver qu'une seule physique pour représenter le transducteur (soit uniquement électrique, soit uniquement mécanique).

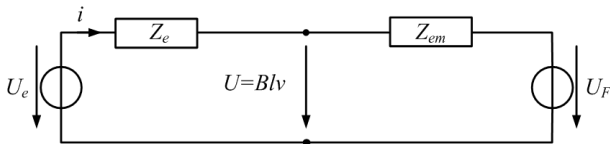
Exemple 1 : schéma équivalent électrique du transducteur

On peut réécrire le système d'équations de couplage :

$$\begin{aligned}U_e - Z_e i &= B \ell v, \\ v &= \frac{F_e}{Z_m} + \frac{B \ell i}{Z_m},\end{aligned}$$

en introduisant les grandeurs $U_F = \frac{B \ell \cdot F_e}{Z_m}$ et $Z_{em} = \frac{(B \ell)^2}{Z_m}$, on obtient la seule équation des mailles :

$$U_e = (Z_e + Z_{em}) i + U_F$$



Représentation sans quadripôles Schémas électriques "équivalents"

★ Il est également possible de supprimer les quadripôles, de manière à ne conserver qu'une seule physique pour représenter le transducteur (soit uniquement électrique, soit uniquement mécanique).

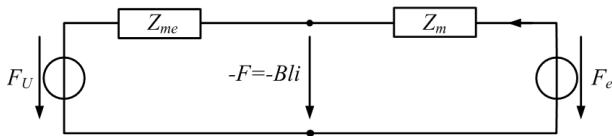
Exemple 2 : schéma équivalent mécanique (direct) du transducteur

On peut réécrire le système d'équations de couplage :

$$\begin{aligned} i &= \frac{U_e}{Z_e} - \frac{B\ell v}{Z_e}, \\ F_e - Z_m v &= -B\ell i, \end{aligned}$$

en introduisant les grandeurs $F_U = -\frac{B\ell U_e}{Z_e}$ et $Z_{me} = \frac{(B\ell)^2}{Z_e}$, on obtient la seule équation de Newton :

$$F_e = (Z_m + Z_{me})v + F_U$$



Représentation sans quadripôles Schémas électriques "équivalents"

★ Il est également possible de supprimer les quadripôles, de manière à ne conserver qu'une seule physique pour représenter le transducteur (soit uniquement électrique, soit uniquement mécanique).

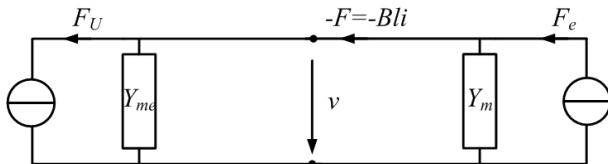
Exemple 2 : schéma équivalent mécanique (inverse) du transducteur

On peut réécrire le système d'équations de couplage :

$$\begin{aligned} i &= \frac{U_e}{Z_e} - \frac{B\ell v}{Z_e}, \\ F_e - Z_m v &= -B\ell i, \end{aligned}$$

en introduisant les grandeurs $F_U = -\frac{B\ell U_e}{Z_e}$, $Y_m = \frac{1}{Z_m}$ et $Y_{me} = \frac{Z_e}{(B\ell)^2}$, on obtient la seule équation de Newton :

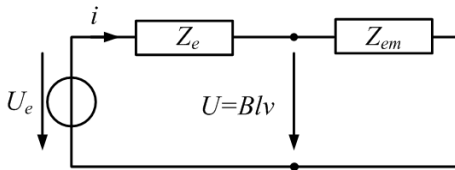
$$F_e = \left(\frac{1}{Y_m} + \frac{1}{Y_{me}} \right) v + F_U$$



Impédance cinétique

L'impédance électrique $Z_{em} = \frac{(B\ell)^2}{Z_m}$ correspond à la mobilité de la membrane du haut-parleur.

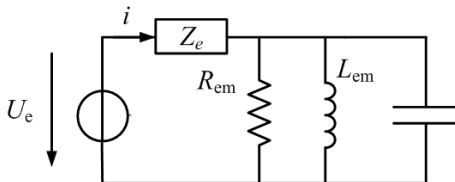
Lorsque le transducteur est utilisé comme haut-parleur (comportement générateur, $F_e = 0$), elle peut être observée sur la mesure de l'impédance électrique d'entrée du haut-parleur :



$$Z_{HP|F_e=0} = \frac{U_e}{i|_{F_e=0}} = Z_e + \frac{(B\ell)^2}{Z_m}$$

$Z_{em} = \frac{(B\ell)^2}{Z_m}$ est appelée impédance cinétique (ou impédance motionnelle).

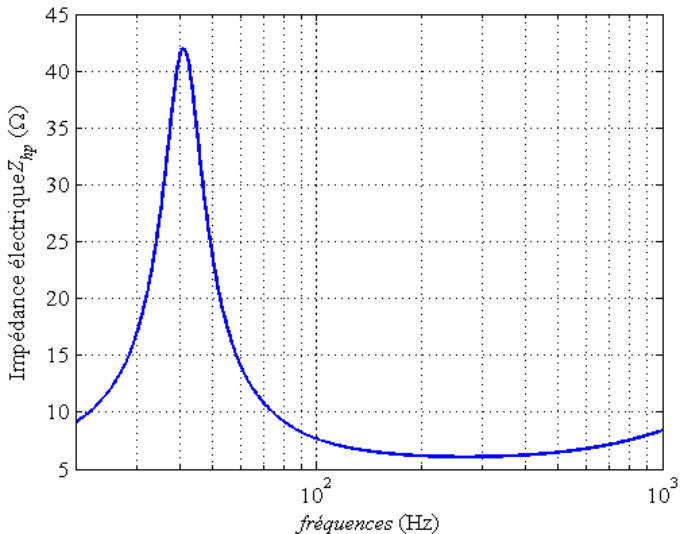
Impédance cinétique



En écrivant $\frac{1}{Z_{em}} = \frac{R_m}{(B\ell)^2} + \frac{j\omega m}{(B\ell)^2} + \frac{1}{j\omega(B\ell)^2 C_m}$, on montre aisément qu'elle correspond à un résonateur électrique parallèle constitué

- d'une résistance $R_{em} = \frac{(B\ell)^2}{R_m}$,
- d'une inductance $L_{em} = (B\ell)^2 C_m$,
- et d'une capacité $C_{em} = \frac{(B\ell)^2}{M}$.

Impédance cinétique



bibliographie

M. Rossi, "Audio", chapitre 7.2, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2007.