

4.4 Le subwoofer

H. Lissek

14 décembre 2024

Objectifs

Ce cours a pour objectifs

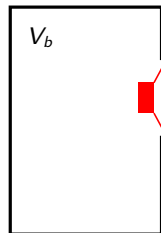
- d'étudier le dimensionnement général d'une enceinte close
- d'appliquer ce dimensionnement à la réalisation d'un caisson de basses

Prérequis

Le cours 4.2 sur les charges acoustiques des haut-parleurs.

Hypothèses et géométrie

- Le haut-parleur est monté hermétiquement sur une enceinte close que l'on supposera rigide.
- On se placera aux basses fréquences : le haut-parleur et l'enceinte sont décrits par des associations de composants électriques, mécaniques ou acoustiques équivalents.
- L'impédance de rayonnement utilisée sera celle du piston plan encastré.

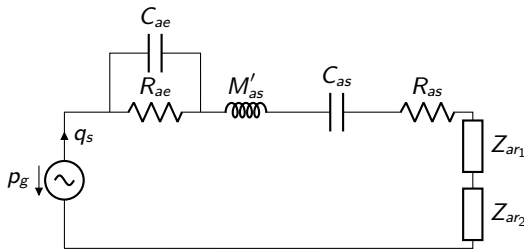


Modélisation de l'enceinte close

Circuit acoustique équivalent du HP seul

Rappel du cours 4.1:

- R_{ae} et C_{ae} correspondent à l'impédance électrique de la bobine ramenée en acoustique.
- Z_{as} est l'impédance acoustique de l'équipage mobile $Z_{as} = S_d^{-2} Z_{ms}$.
- Z_{ar} est l'impédance acoustique de rayonnement de la membrane (une pour l'avant et une pour l'arrière).
- p_g correspond à la source de pression équivalente au générateur de tension u_g : $p_g = \frac{B\ell u_g}{S_d R_e}$



Modélisation de l'enceinte close

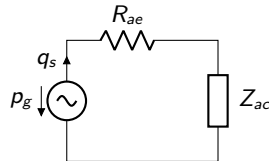
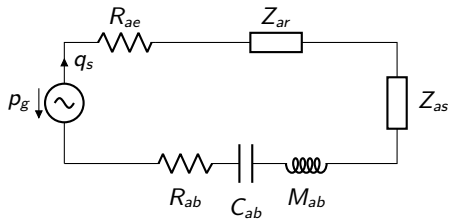
Circuit acoustique arrière

- En basse fréquence, une enceinte close est équivalent à une compliance acoustique de valeur :
$$C_{ab} = \frac{V_b}{\rho_0 c^2}.$$
- Les pertes dans le volume sont prises en compte par une résistance acoustique que l'on note R_{ab} .
- Pour les grands volumes, il est possible d'ajouter une masse acoustique M_{ab} afin d'étendre la précision du circuit électrique équivalent un peu plus haut en fréquence.
- Certains auteurs utilisent la relation $M_{ab} = \beta \frac{\rho_0 a}{\pi a^2}$, où β dépend de la surface du diaphragme et des dimensions de l'enceinte. Généralement, β est de l'ordre de 0,65.

Modélisation de l'enceinte close

Schéma acoustique équivalent

- En utilisant le circuit acoustique arrière défini précédemment et en négligeant l'effet de l'inductance électrique en BF, le schéma électrique équivalent devient :



Modélisation de l'enceinte close

Schéma acoustique équivalent

- Par rapport au haut-parleur encastré dans un écran infini, la forme du circuit reste inchangée, par contre certains composants sont modifiés $Z_{as} \Rightarrow Z_{ac}$.
- Les éléments de Z_{ac} valent :
 - $M'_{ac} = M_{as} + M_{ar} + M_{ab}$
 - $R_{ac} = R_{as} + R_{ab}$, on néglige la partie résistive de l'impédance de rayonnement en BF.
 - $C_{ac} = \frac{C_{as}C_{ab}}{C_{as} + C_{ab}} = \frac{C_{as}}{1 + \alpha} = \frac{\alpha C_{ab}}{1 + \alpha}$, où α est le rapport des compliances du haut-parleur et de l'enceinte ($\alpha = C_{as}/C_{ab} = V_{as}/V_b$).

On peut définir un volume d'air équivalent ayant la même compliance que l'enceinte close :

$$V_{ac} = \frac{V_{as}V_b}{V_{as} + V_b} = \frac{V_{as}}{1 + \alpha} = \frac{\alpha V_b}{1 + \alpha}$$

Modélisation de l'enceinte close

Calcul du débit

- Le débit q_s est donné par :

$$q_s = \frac{p_g}{R_{ae} + Z_{ac}} = \frac{p_g}{R_{ae} + R_{ac} + j\omega M'_{ac} + \frac{1}{j\omega C_{ac}}}$$

- De façon similaire à ce que l'on avait fait pour la modélisation du HP dans l'écran infini, on a :

$$q_s = \frac{S_d u_g}{BIQ_{ec}} \frac{\frac{j\omega}{\omega_c}}{\frac{(j\omega)^2}{\omega_c^2} + Q_{tc}^{-1} \frac{j\omega}{\omega_c} + 1}$$

ω_c , Q_{tc} et Q_{ec} sont donnés ci-après.

Modélisation de l'enceinte close

Fréquence de résonance

- Avec :

$$\begin{aligned}\omega_c &= 2\pi f_c = \sqrt{\frac{1}{M'_{ac} C_{ac}}} = \sqrt{\frac{1+\alpha}{M'_{ac} C_{as}}} \\ &= \sqrt{\frac{M'_{as}}{M'_{ac}}} \sqrt{\frac{1+\alpha}{M'_{as} C_{as}}} = \sqrt{\frac{M'_{as}}{M'_{ac}}} \sqrt{1+\alpha} \omega_s\end{aligned}$$

- Si l'on considère que $M'_{as} = M_{as} + 2M_{ar} \simeq M'_{ac}$, on a alors $\omega_c = \sqrt{1+\alpha} \omega_s$.
- L'ajout d'une enceinte augmente donc la fréquence de résonance du système : $\omega_c > \omega_s$ ($f_c > f_s$), et ce d'autant plus que le volume de l'enceinte V_b est petit ($\alpha \propto 1/V_b$).

Modélisation de l'enceinte close

Facteurs de qualité

- Comme pour le HP bafflé, il est possible de définir un facteur de qualité total Q_{tc} dépendant :
 - d'un facteur de qualité électrique Q_{ec} et
 - d'un facteur de qualité mécanique Q_{mc} .

- Q_{tc} est donné par :

$$Q_{tc} = \frac{Q_{mc} Q_{ec}}{Q_{mc} + Q_{ec}}$$

- Q_{ec} est donné par :

$$Q_{ec} = \frac{1}{R_{ae}} \sqrt{\frac{M'_{ac}}{C_{ac}}} = \sqrt{\frac{M'_{ac}}{M'_{as}}} \sqrt{1 + \alpha} \left(\frac{1}{R_{ae}} \sqrt{\frac{M'_{as}}{C_{as}}} \right)$$

Modélisation de l'enceinte close

Facteurs de qualité

- Soit, avec $M'_{as} \simeq M'_{ac}$:

$$Q_{ec} = \sqrt{\frac{M'_{ac}}{M'_{as}}} \sqrt{1 + \alpha} Q_{es} = \sqrt{1 + \alpha} Q_{es}$$

- Q_{mc} est donné par :

$$Q_{mc} = \frac{1}{R_{ac}} \sqrt{\frac{M'_{ac}}{C_{ac}}} = \frac{R_{as}}{R_{ac}} \sqrt{\frac{M'_{ac}}{M'_{as}}} \sqrt{1 + \alpha} \left(\frac{1}{R_{as}} \sqrt{\frac{M'_{as}}{C_{as}}} \right)$$

$$Q_{mc} = \frac{R_{as}}{R_{as} + R_{ab}} \sqrt{\frac{M'_{ac}}{M'_{as}}} \sqrt{1 + \alpha} Q_{ms} \simeq \frac{R_{as}}{R_{as} + R_{ab}} \sqrt{1 + \alpha} Q_{ms}$$

- R_{ab} étant en général inconnu, il est plus difficile (sauf si $R_{ab} \simeq 0$) de déduire Q_{mc} de la valeur bafflée (contrairement à Q_{ec} et ω_c).

Modélisation de l'enceinte close

Pression dans l'axe à 1 m

- Elle est donnée par :

$$|p_{ax}(1 \text{ m})| = \frac{\omega \rho_0 |q_s|}{2\pi [1\text{m}]}$$

- Soit :

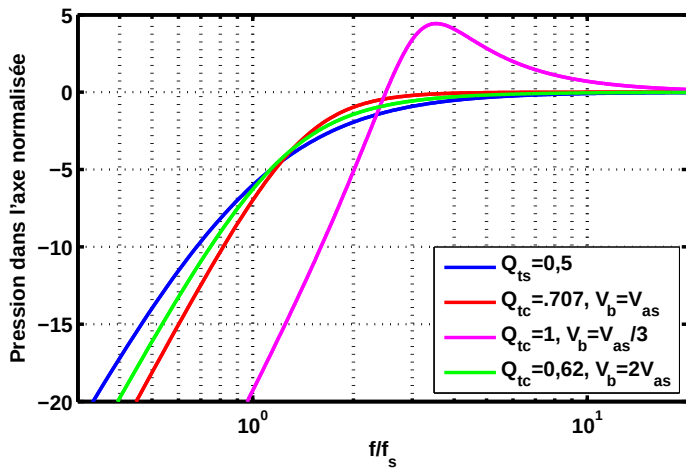
$$|p_{ax}| = \frac{S_d u_g \omega_c \rho_0}{2\pi B I Q_{ec} [1\text{m}]} \left| \frac{\left(\frac{j\omega}{\omega_c}\right)^2}{\left(\frac{j\omega}{\omega_c}\right)^2 + Q_{tc}^{-1} \frac{j\omega}{\omega_c} + 1} \right|$$

- La pression sur le plateau vaut alors :

$$p_p = \frac{\rho_0 S_d u_g \omega_c}{2\pi B I Q_{ec} [1\text{m}]}$$

Modélisation de l'enceinte close

Pression dans l'axe à 1 m ($R_{ab} = 0$)



Modélisation de l'enceinte close

Pression dans l'axe à 1 m ($R_{ab} = 0$)

- Commentaires des courbes précédentes :
 - Des valeurs du volume de l'enceinte trop faibles (α grand) augmentent le facteur de qualité Q_{tc} : apparition d'un pic sur la courbe en BF pour $Q_{tc} > 1/\sqrt{2}$.
 - La fréquence de coupure basse est d'autant plus haute et le pic est d'autant plus marqué que le volume est petit (pour $Q_{tc} > 1/\sqrt{2}$).
 - Les valeurs de Q_{tc} autour de 0,7 donnent des réponses possédant une fréquence de coupure à -3 dB proche de celle du HP encastré.
 - Dans tous les cas, la réponse en très basse fréquence ($f < f_c$) est d'autant plus faible que le volume est petit.

Fréquence de coupure basse

- On peut montrer que la fréquence de coupure basse à -3 dB est donnée par :

$$f_{-3} = f_c \sqrt{\frac{1}{2Q_{tc}^2} - 1 + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q_{tc}^2} - 1\right)^2 + 1}}$$

- Minimum obtenu pour $Q_{tc} = 1/\sqrt{2}$
- $Q_{tc} \simeq 0,7$ est donc la valeur cible pour la conception d'enceinte close.
- Cette valeur permet également d'éviter l'effet de la résonance en BF.

Augmentation du volume de l'enceinte

Ajout de matériau absorbant

- En remplissant l'enceinte close d'un matériau absorbant, les dilatations et compressions de l'air s'effectuent non plus de manière adiabatique mais de façon isotherme.
- La vitesse du son vaut alors $c_i = \sqrt{\frac{P_0}{\rho_0}}$ au lieu de $c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$, on a donc $c_i^2 = c^2/\gamma$.
- La compliance du volume vaut alors $C_{ab} = \frac{V_b}{\rho_0 c_i^2} = \frac{\gamma V_b}{\rho_0 c^2}$, tout se passe comme si le volume apparent de l'enceinte était 40 % plus grand (pour un remplissage complet de V_b).
- En pratique, l'augmentation est plutôt de l'ordre de 20 à 30 %.

Caisson de basse clos

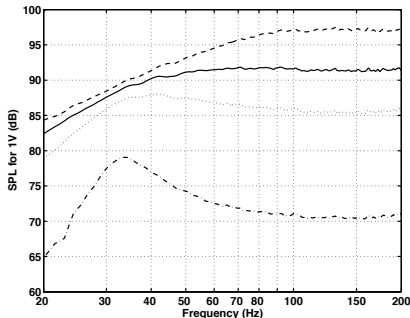
On suit en général la méthodologie suivante pour dimensionner un caisson de basse clos (ou plus généralement une enceinte acoustique close):

- ① Définition du cahier des Charges :
 - Bande passante (musique: 40 Hz-..., home-cinema: plus bas?)
 - Encombrement (le volume conditionne la fréquence basse)
 - rendement → excursion max,
 - ...
- ② Choix du haut-parleur : suivant le cahier des charges, on pourra choisir sur catalogue les haut-parleurs candidats potentiels (f_s , excursion max, diamètre/encombrement...)
- ③ Choix du volume : suivant le cahier des charges, et le choix du moteur, on pourra choisir déterminer le volume max.

Caisson de basse clos

La phase critique du design du caisson/haut-parleur est ici:

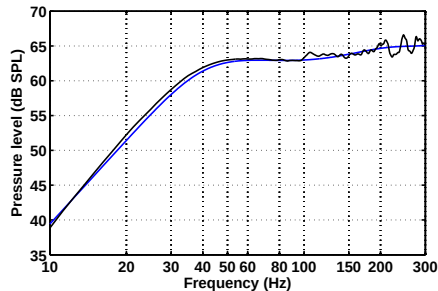
- 4 Ajustement de Q_{tc} . On choisit d'imposer une valeur de $Q_{tc} = 0,7$, conformément aux observations précédentes. Ceci permet de déterminer la valeur de R_{ac} pour obtenir une valeur de 0,7 ?



Cette étape peut être réalisée grâce à des simulations numériques (code commercial de design d'enceintes comme Akabak, ou bien Matlab), permettant de déterminer la valeur optimisant le compromis bande passante/amortissement de la résonance

Caisson de basse clos

- 5 Prédiction de la courbe de réponse, avec Akabak ou matlab. En reprenant les équations précédentes et en faisant varier les paramètres du HP et de l'enceinte, on peut observer le comportement en pression acoustique du caisson de basse clos.



Bibliographie

- ① M. Rossi, Audio, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 2007
- ② R. Small, Closed-Box Loudspeaker Systems-Part 1: Analysis, Journal of the Audio Engineering Society, **20**(10), 798-808 (1972)
- ③ R. Small, Closed-Box Loudspeaker Systems-Part 2: Synthesis, Journal of the Audio Engineering Society, **21**(1), 11-18 (1973)
- ④ Akabak: <http://www.randteam.de/AkAbak/Index.html>