

4.1 Analyse de réseaux électro-mécano-acoustique

H. Lissek

21 novembre 2024

Objectifs et pré-requis

Objectifs

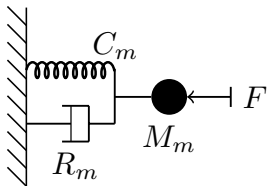
- L'objectif de ce grain est de modéliser - simplement - des systèmes électro-mécano-acoustiques à partir des outils de modélisation présentés dans les chapitres 2 et 3.
- Trois systèmes sont étudiés dans ce cours:
 - un premier système électro-mécanique: le pot vibrant
 - un deuxième système mécano-acoustique: la membrane suspendue
 - un troisième système électro-mécano-acoustique: le haut-parleur électrodynamique

Prérequis

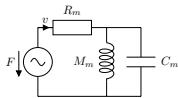
- Chapitre 2 et 3

Questionnaire d'entrée (1)

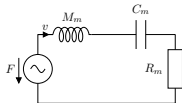
Quel schéma électrique est équivalent au système représenté ci-dessous?



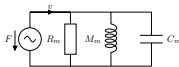
• 1



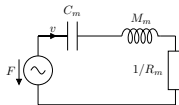
• 2



• 3



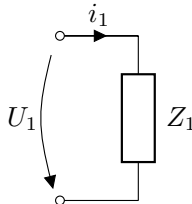
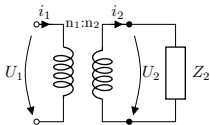
• 4



Questionnaire d'entrée (2)

Ce schéma est équivalent au schéma suivant

Soit le transformateur représenté ci dessous,
chargé par une impédance Z_2 .



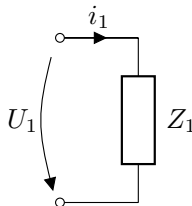
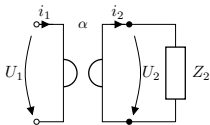
Donner l'expression de Z_1

- (1) $Z_1 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 Z_2$
- (2) $Z_1 = \frac{n_1}{n_2} Z_2$
- (3) $Z_1 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{1}{Z_2}$
- (4) $Z_1 = \frac{n_2}{n_1} Z_2$

Questionnaire d'entrée (3)

Ce schéma est équivalent au schéma suivant

Soit le gyrateur représenté ci dessous, chargé par une impédance Z_2 .



Donner l'expression de Z_1

- (1) $Z_1 = \alpha^2 Z_2$
- (2) $Z_1 = \frac{\alpha}{Z_2}$

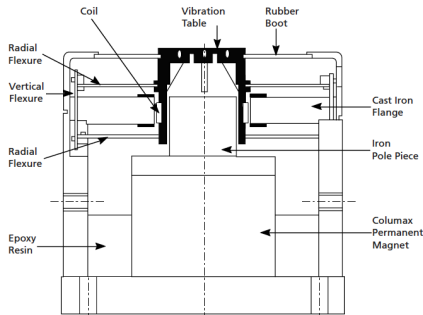
- (3) $Z_1 = \frac{Z_2}{\alpha^2}$
- (4) $Z_1 = \frac{\alpha^2}{Z_2}$

Système électro-mécanique: le pot vibrant

- Le pot vibrant est un dispositif permettant d'appliquer une force oscillatoire à un objet susceptible d'être mis en vibration
- Par sa conception, il peut être utilisé pour faire vibrer des structures relativement massives, pour des mesures vibratoires (transparence de cloisons par exemple)
- Il est utilisé généralement pour des mesures normalisées en acoustique du bâtiment.
- Il peut aussi être utilisé pour réaliser des figures de Chladni ([lien](#)).



Présentation du pot vibrant - principe



Le pot vibrant est constitué d'un **moteur électrodynamique** et d'une partie mécanique mobile, elle-même constituée d'un **piston rigide**, attaché à un boîtier rigide via un ensemble de **fixations flexibles**. Une pièce en caoutchouc sur la partie supérieure du pot vibrant assure l'étanchéité du dispositif.

- Le piston rigide est directement couplé (collé, vissé, etc.) à la structure que l'on souhaite faire vibrer.
- Le pot vibrant est excité électriquement par un générateur de signaux électriques via à un amplificateur.
- Lorsque la bobine électrique du moteur électrodynamique est parcourue par un **courant électrique i** , la **force induite $F_m = Bli$** (Force de Laplace) est alors appliquée au piston qui peut la communiquer à la structure vibrante à laquelle il est couplé. Il en résulte une vitesse vibratoire v (dépendant de l'impédance mécanique totale du pot vibrant + structure).
- Lorsque la bobine électrique du moteur électrodynamique est mise en mouvement à la **vitesse v** , une **tension $u_m = -Blv$** (fem induite) apparaît aux bornes électrique du moteur, s'opposant au courant parcourant la bobine.

Exemple: spécifications du pot vibrant Brüel & Kjær Type 4810

PRODUCT DATA

Mini-shaker Type 4810

Uses

- Accelerometer calibration
- Vibration testing of small objects
- Mechanical impedance and mobility measurements
- Experimental modal analysis

Features

- Force rating 10 N (2.25 lbf) sine peak
- Frequency range DC to 18 kHz
- First axial resonance above 18 kHz
- Max. displacement 4 mm (0.16 in) peak-to-peak
- Max. bare table acceleration 550 m/s²
- Rugged construction
- Optimized performance using Power Amplifier Type 2718



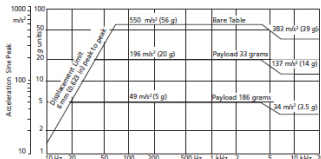
Description

The Mini-shaker Type 4810 is of the electrodynamic type with a permanent field magnet. It is well-suited as the force generator in general vibration tests, mechanical impedance and mobility measurements, and experimental modal analysis where only smaller force levels are required. It can also be used in the calibration of vibration transducers, both to determine their sensitivity, by comparison with a standard accelerometer, as well as their frequency response, up to 18 kHz.

The suspension system consists of radial flexure springs that restrict the moving element to almost perfectly rectilinear motion. Laminated flexure springs provide a high degree of damping to minimise distortion due to flexure resonances.

The object to be vibrated is attached to the table by means of a 10–32 UNF screw, the thread size commonly used for mounting accelerometers. Performance limits defined by the maximum displacement (4 mm), maximum force (10 N or 7 N depending on frequency), and the first axial resonance of the moving element (above 18 kHz), are shown in Fig. 1.

Fig. 1 Sine performance curves for Type 4810



Specifications – Mini-shaker Type 4810

COMPLIANCE TO STANDARDS

The CE marking is the manufacturer's declaration that the product meets the requirements of the applicable EU directives

RCM mark indicates compliance with applicable ACMA technical standards – that is, for telecommunications, radio communications, EMC and EME

China RoHS mark indicates compliance with administrative measures on the control of pollution caused by electronic information products according to the Ministry of Information Industries of the People's Republic of China

WEEE mark indicates compliance with the EU WEEE Directive

Temperature: According to IEC 60068–2–1 & IEC 60068–2–2

Operating temperature: 5 to 40 °C (41 to 104 °F)

Storage temperature: –25 to +70 °C (–13 to +158 °F)

Humidity: According to IEC 60068–2–3

Damp Heat: 90% RH (non-condensing at 40 °C (104 °F))

SPECIFICATIONS

Force Rating (Peak):

10 N (2.25 lbf), 65 Hz to 18 kHz

7 N (1.5 lbf), 65 Hz to 18 kHz

Frequency Range: DC to 18 kHz

First Major Armature Resonance: Above 18 kHz

Max. Bare Table Acceleration (Peak):

550 m/s² (65 Hz to 18 kHz)

383 m/s² (6.5 kHz to 18 kHz)

(1 m/s² = 0.102 g)

Max. Displacement (Peak-To-Peak): 4 mm

(0.16 in)

Dynamic Weight of the Moving System:

18 grams

Dynamic Flexure Stiffness: 2 N/mm (11.5 lb/in)

Magnetic Field: Permanent magnet

Max. Input Current: 1.8 A_{max}

Coil Impedance: 3.5 Ω at 500 Hz

Connection: Microsocket 10–32 UNF

Table Diameter: 14 mm (0.55 in)

Fastening Thread: 10–32 UNF

WEIGHT AND DIMENSIONS

Weight: 1.1 kg (2.4 lb)

Diameter: 76 mm (3 in)

Height: 75 mm (2.9 in)

Ordering Information

Type 4810 Mini-shaker

includes the following accessories:

- AO-0069: Cable for connection of Type 4810 to Power Amplifier Type 2718
- YO-2962: Threaded Steel Stud, 0.3 in 10–32 UNF

Optional Accessories

TRUNNION

WA-0429 Trunnion

POWER AMPLIFIER

Type 2718 Power Amplifier (75 VA)

STINGERS

WZ-0066 Nylon Stinger Kit

FORCE TRANSDUCERS

Type 8230 CCLD Force Transducer

(+44/–44 N range)

Type 8230-001 CCLD Force Transducer

(+220/–220 N range)

Type 8230-002 CCLD Force Transducer

(+2200/–2200 N range)

Type 8230-003 CCLD Force Transducer

(+22000/–22000 N range)

Type 8230-C-003 Charge Force Transducer

(+2200/–2200 N range)

Type 8231-C Charge Force Transducer

(+110000/–22000 N range)

Type 8203 Force Transducer/Impact

Hammer

Type 8001 Impedance Head

ADAPTORS AND STUDS

UA-2052 Set of 10 Stud Adaptors,

10–32 UNF to N–28 UNF

UA-2054 Set of 20 Bushing Adaptors,

10–32 UNF to N–28 UNF

UA-0125 Mounting Equipment

(includes isolated studs YP-

0150 and non-isolated studs

YO-2960)

JP-0150 Adaptor, 4 mm Socket Pair to

BNC Plug for use with old Type

2706

Hypothèses de modélisation

Dans ce qui suit, nous supposons que le pot vibrant n'est couplé à aucune structure (fonctionnement à vide).

- Le moteur est constitué d'un circuit magnétique créant un champ magnétique B dans lequel est placé une bobine de longueur ℓ , de résistance électrique R_e et d'inductance électrique L_e .
- La transduction electro-mécanique est caractérisée par le facteur de force $B\ell$.
- La partie mécanique peut être représentée par l'association d'une masse M , correspondant à la masse de l'ensemble mobile (piston rigide + bobine électrique mobile + suspensions + pièces d'assemblage), d'une souplesse mécanique C_m correspondant à la suspension élastique, et d'une résistance mécanique R_m qui traduit l'ensemble des pertes mécaniques du dispositif (frottement dans l'entrefer du circuit magnétique, pertes dans les suspensions, etc.)
- Le système électrique d'excitation (générateur de fonction + amplificateur) peut être représenté par un générateur de Thévenin équivalent dont la tension à vide est notée U_g et l'impédance interne Z_g .

Equations de couplage et schéma électro-mécanique couplé

Les équations décrivant le comportement mécano-électrique du pot vibrant peuvent être obtenues en écrivant la loi des mailles de part et d'autre du gyrateur, ainsi que les équations de couplage du gyrateur :

$$\begin{aligned}u_g &= (Z_g + R_e + j\omega L_e) i + u_{fem} \\u_{fem} &= B\ell v \\B\ell i &= F_m \\F_m &= \left(R_m + j\omega M + \frac{1}{j\omega C_m} \right) v\end{aligned}$$

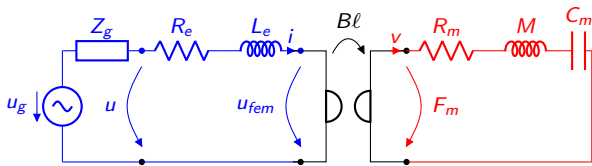
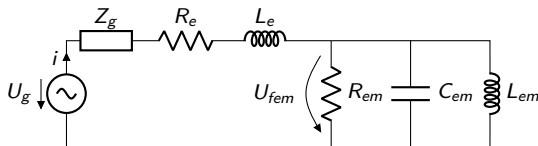


Schéma équivalent électrique

Le schéma décrivant le fonctionnement du système du point de vue électrique est obtenu en ramenant les éléments "mécaniques" au primaire du gyrateur:



avec

$$R_{em} = \frac{(Bl)^2}{R_m}$$

$$L_{em} = C_m (Bl)^2$$

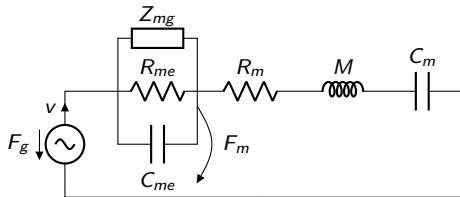
$$C_{em} = \frac{M}{(Bl)^2}$$

Les équations couplées précédentes se réduisent à une seule équation, dans le domaine électrique:

$$u_g = \left(Z_g + R_e + j\omega L_e + \frac{j\omega L_{em}}{(j\omega)^2 L_{em} C_{em} + j\omega \frac{L_{em}}{R_{em}} + 1} \right) i$$

Schéma équivalent mécanique

Le schéma décrivant le fonctionnement du système du point de vue mécanique est obtenu en ramenant les éléments "électriques" au secondaire du gyrateur :



avec

$$F_g = \frac{B\ell}{Z_g + R_e + j\omega L_e} u_{gen}$$

$$Z_{mg} = \frac{(B\ell)^2}{Z_g}$$

$$R_{me} = \frac{(B\ell)^2}{R_e}$$

$$C_{me} = \frac{L_e}{(B\ell)^2}$$

Les équations couplées précédentes se réduisent à une seule équation, dans le domaine mécanique:

$$F_g = \left(\frac{\frac{R_{me} Z_{mg}}{R_{me} + Z_{mg}}}{1 + j \frac{R_{me} Z_{mg}}{R_{me} + Z_{mg}} C_{me} \omega} + R_m + j\omega M + \frac{1}{j\omega C_m} \right) v$$

Calcul de la fonction de transfert v/u_g

- En vous appuyant sur les éléments de théorie exposés précédemment, donnez l'expression de la fonction de transfert $v(\omega)/u_g(\omega)$ du pot vibrant.
- Tracez l'allure du module de cette fonction de transfert en fonction de la fréquence.
- Quelle est la fréquence de résonance du pot vibrant à vide? Que devient cette fréquence de résonance si on attache un objet de masse 186 g sur le pot vibrant?

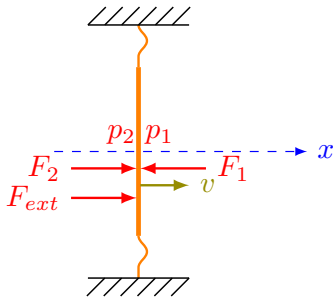
Dans le cadre de cet exercice, on considère que la gamme de fréquence de travail est telle que l'impédance électrique $j\omega L_e$ de l'inductance de la bobine mobile est négligeable devant la résistance R_e de cette même bobine mobile.

On considère également que l'impédance électrique interne du générateur Z_g est négligeable par rapport à la résistance R_e de la bobine.

Système mécano-acoustique présentation de la membrane suspendue

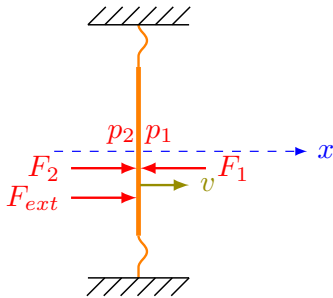
- On considère ici le comportement d'une membrane vibrante chargée par de l'air sur ses deux faces.
- Cette configuration correspond, par exemple, au cas d'un radiateur passif montée sur une enceinte acoustique, ou encore au cas de la membrane d'un absorbeur à membrane de type "bass-trap"

Description détaillée de la membrane étudiée



- Considérons le cas d'une membrane circulaire fixée à un support rigide via une suspension élastique périphérique.
- Cette membrane, soumise à une force mécanique extérieure F_{ext} , est animée d'une vitesse et susceptible de rayonner du son par ses deux faces.
- Pour des fréquences situées en dessous de son premier mode de vibration, cette membrane peut être vue comme un système masse-ressort constitué de l'association d'un piston circulaire rigide et d'une suspension élastique périphérique.

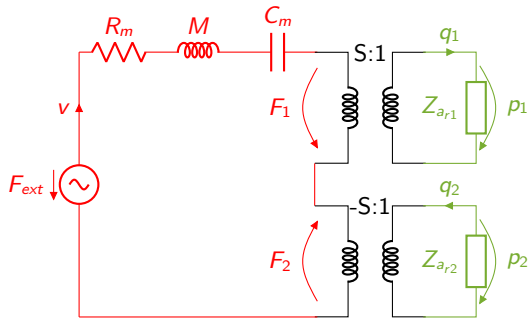
Description détaillée de la membrane étudiée



- Les éléments mécaniques décrivant la membrane sont alors la masse totale mobile M , la souplesse C_m des suspensions, et la résistance mécanique R_m due principalement aux pertes visqueuses localisées dans la suspension.
- Les pressions devant les faces avant (par convention à droite ici) et arrière (à gauche) de la membranes sont notées p_1 et p_2 . Les forces de pression correspondantes sont notées F_1 et F_2 . Ces forces qui agissent de part et d'autre de la membrane correspondent aux forces de réaction de l'air sur la membrane mise en mouvement par la force F_{ext} .

Mise en équation et schéma mécano-acoustique

Compte tenu des orientations choisies pour la force F et la vitesse v de la membrane, le schéma électrique analogue au système mécano-acoustique étudié est le suivant :



Mise en équation et schéma mécano-acoustique

Les impédances Z_{ar1} et Z_{ar2} sont les impédances de rayonnement qui traduisent la réaction du milieu extérieur sur la membrane (cf. "couplage mécano-acoustique").

Les équations décrivant le comportement mécano-acoustique de la membrane suspendue peuvent être obtenues en écrivant la loi des mailles de part et d'autre des transformateurs:

$$F_{\text{ext}} = \left(R_m + j\omega M + \frac{1}{j\omega C_m} \right) v + F_1 - F_2$$

$$F_1 = S p_1 \quad v = \frac{q_1}{S}$$

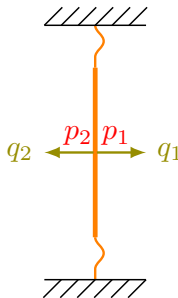
$$-F_2 = -S p_2 \quad v = -\frac{q_2}{S}$$

$$p_1 = Z_{ar1} q_1$$

$$p_2 = Z_{ar2} q_2$$

Rappel: Impédances de rayonnement

Par définition, l'impédance acoustique de rayonnement d'un piston vibrant est le rapport entre la pression p s'exerçant sur la surface S du piston et le débit acoustique sortant q normal à cette surface.



Les impédances de rayonnement avant et arrière chargeant les faces de la membrane s'écrivent donc :

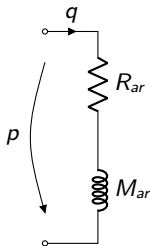
$$Z_{ar1} = \frac{p_1}{q_1}$$

$$Z_{ar2} = \frac{p_2}{q_2}$$

Ici $q_1 = -q_2 = q = S v$.

Rappel: Impédances de rayonnement

En basses fréquences, la représentation analogue de l'impédance de rayonnement d'un piston circulaire est la suivante



où M_{ar} représente la masse de rayonnement et où R_{ar} représente la résistance de rayonnement. On peut montrer que

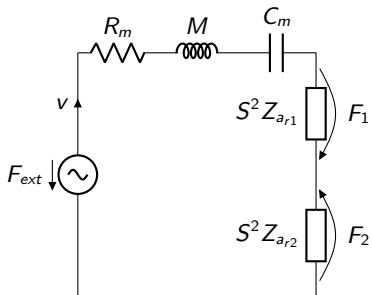
$$R_{ar} = 0.5 \frac{\rho c}{S} (ka)^2$$

$$M_{ar} = \rho \frac{8}{3\pi^2 a}$$

où $a = \sqrt{S/\pi}$ est le rayon de la membrane.

Mise en équations schéma équivalent mécanique

Le schéma mécanique équivalent décrivant le fonctionnement du système du point de vue mécanique est obtenu en ramenant les éléments "acoustiques" aux primaires des transformateurs.

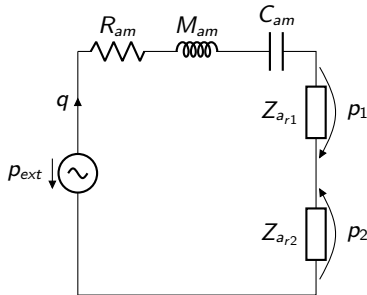


Les équations couplées précédentes se réduisent à une seule équation, dans le domaine mécanique:

$$F_{\text{ext}} = \left(j\omega M + \frac{1}{j\omega C_m} + R_m + S^2 Z_{ar1} + S^2 Z_{ar2} \right) v$$

Mise en équations schéma équivalent acoustique

Le schéma acoustique équivalent décrivant le fonctionnement du système du point de vue acoustique est obtenu en ramenant les éléments "mécaniques" au secondaire d'un des transformateurs.



avec

- $p_{ext} = F_{ext}/S$
- $M_{am} = M/S^2$
- $R_{am} = R_m/S^2$
- $C_{am} = C_m S^2$

Les équations couplées précédentes se réduisent à une seule équation, dans le domaine acoustique:

$$p_{ext} = \left(j\omega M_{am} + \frac{1}{j\omega C_{am}} + R_{am} + Z_{ar1} + Z_{ar2} \right) q$$

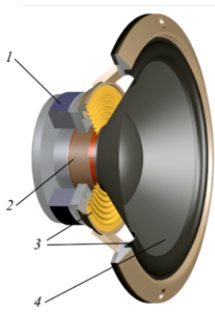
Calcul de l'admittance mécanique ν/F_{ext}

- En considérant que les impédances de rayonnement chargeant les deux faces d'une membrane suspendue sur sa périphérie se réduisent chacune à une simple masse de rayonnement, donnez l'expression de l'admittance mécanique $Y_m = \nu/F_{ext}$ présentée par cette membrane. On admettra que, aux basses fréquences, l'impédance acoustique de rayonnement est une masse de rayonnement $M_{ar} = \rho \frac{8}{3\pi^2 a}$, où a est le rayon de la membrane.
- Tracez l'allure du module de cette admittance en fonction de la fréquence.

Application numérique:

$M = 13 \text{ g}$, $C_m = 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ m/N}$, $R_m = 0.92 \text{ kg/s}$, $S = 133 \text{ cm}^2$.

Système électro-mécano-acoustique - Présentation générale

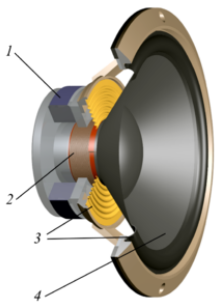


On considère ici le cas d'un haut-parleur électrodynamique à bobine mobile.

Le haut-parleur électrodynamique est un système électro-mécano-acoustique classiquement constitué

- d'un support, supposé rigide, appelé **saladier**,
- d'une **membrane suspendue** (4) au saladier par l'intermédiaire de suspensions élastiques périphériques (3).
- d'un **moteur électrodynamique**, lui même constitué d'un circuit magnétique (1) et d'une bobine électrique mobile (2).

Système électro-mécano-acoustique - Présentation générale

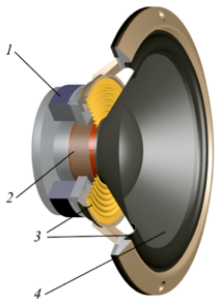


On considère ici le cas d'un haut-parleur électrodynamique à bobine mobile.

Les suspensions périphériques (3) sont généralement constituées

- d'une suspension périphérique externe permettant de relier la membrane au pourtour du saladier,
- d'une suspension interne plus rigide, appelée **spider**, permettant de centrer le support de la bobine mobile dans l'entrefer du circuit magnétique.

Système électro-mécano-acoustique - Présentation générale

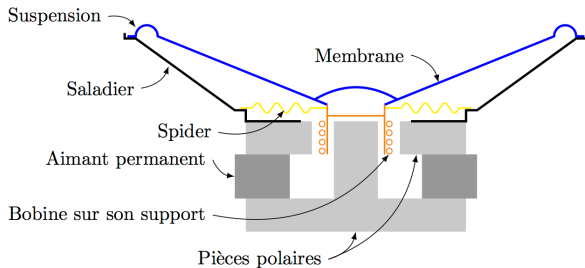


On considère ici le cas d'un haut-parleur électrodynamique à bobine mobile.

La membrane est généralement conique afin de la rigidifier et d'éviter ainsi des modes de vibration trop marqués dans la zone de fréquence d'utilisation. Elle est chargée par une charge acoustique sur chacune de ses faces.

La bobine mobile est solidaire de la membrane. Elle entraîne cette dernière lorsqu'elle est soumise à la force de laplace (cf. cours 3.2).

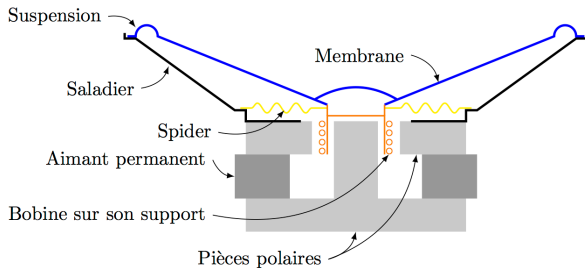
Description détaillée (1/3)



Le moteur du haut-parleur est constitué d'un circuit magnétique créant un champ magnétique B dans lequel est placé une bobine de longueur ℓ , de résistance électrique R_e et d'inductance électrique L_e .

La transduction electro-mécanique est caractérisée par le facteur de force $B\ell$.

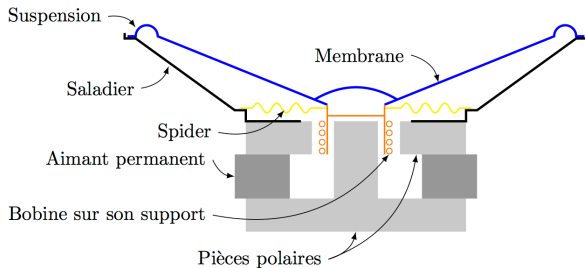
Description détaillée (2/3)



La partie mécanique vibrante peut être représentée par l'association

- d'une masse M , correspondant à la masse de l'ensemble mobile (membrane + bobine électrique mobile + suspensions),
- d'une compliance mécanique C_m correspondant aux suspensions élastiques,
- et d'une résistance mécanique R_m qui traduit l'ensemble des pertes mécaniques du dispositif (frottement dans l'entrefer du circuit magnétique, pertes dans les suspensions, etc.)

Description détaillée (3/3)

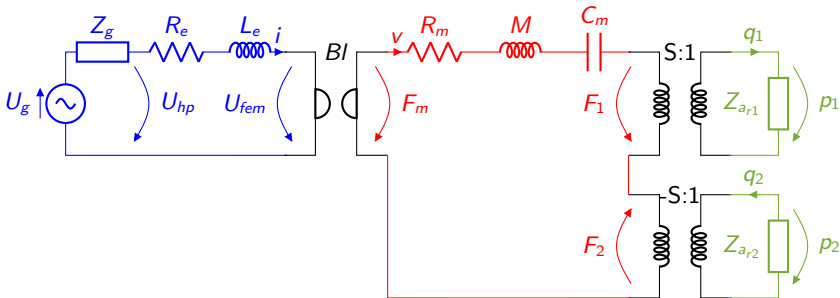


Le haut-parleur rayonne dans l'espace infini par ses deux faces.

Chacune de ses faces, de surface notée S est alors chargée par une impédance acoustique de rayonnement Z_{ar}

Mise en équations schéma électro-mécano-acoustique

Le schéma analogue décrivant le fonctionnement du haut-parleur électrodynamique est le suivant :



où u_g et Z_g représentent respectivement la tension à vide et l'impédance interne du générateur de Thévenin équivalent au dispositif électrique d'excitation.

Mise en équation schéma électro-mécano-acoustique

Les équations décrivant le comportement électro-mécano-acoustique du haut-parleur peuvent être obtenues en écrivant la loi des mailles de part et d'autre du gyrateur et des transformateurs, ainsi que les équations de couplage du gyrateur et des transformateurs :

$$u_g = (Z_g + R_e + j\omega L_e) i + u_{fem}$$

$$u_{fem} = Blv$$

$$Bli = F_m$$

$$F_m = \left(R_m + j\omega M + \frac{1}{j\omega C_m} \right) v + F_1 - F_2$$

$$F_1 = Sp_1 \quad v = \frac{q_1}{S}$$

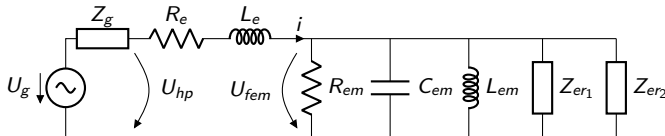
$$F_2 = Sp_2 \quad v = -\frac{q_2}{S}$$

$$p_1 = Z_{ar1} q_1$$

$$p_2 = Z_{ar2} q_2$$

Mise en équations schéma équivalent électrique

Le schéma électrique équivalent du haut-parleur est obtenu en ramenant les éléments "mécaniques" et "acoustiques" au primaire du gyrateur:



avec

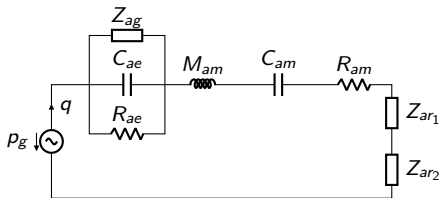
- $R_{em} = \frac{(B\ell)^2}{R_m}$
- $L_{em} = C_m(B\ell)^2$
- $C_{em} = \frac{M}{(B\ell)^2}$
- $Z_{er1} = \frac{(B\ell)^2}{S^2 Z_{ar1}}$
- $Z_{er2} = \frac{(B\ell)^2}{S^2 Z_{ar2}}$

Les équations couplées précédentes se réduisent à :

$$u_g = \left(Z_g + R_e + j\omega L_e + \frac{1}{\frac{1}{R_{em}} + j\omega C_{em} + \frac{1}{j\omega L_{em}} + \frac{1}{Z_{er1}} + \frac{1}{Z_{er2}}} \right) i$$

Mise en équations schéma équivalent acoustique

Le schéma acoustique équivalent du haut-parleur est obtenu en ramenant les éléments "électriques" et "mécaniques" au secondaire d'un des transformateurs.



avec

$$\bullet \quad p_g = \frac{B\ell}{S(Z_g + R_e + j\omega L_e)} u_g$$

$$\bullet \quad Z_{ag} = \frac{(B\ell)^2}{S^2 Z_g}$$

$$\bullet \quad C_{ae} = \frac{L_e S^2}{(B\ell)^2}$$

$$\bullet \quad R_{ae} = \frac{(B\ell)^2}{S^2 R_e}$$

$$\bullet \quad M_{am} = \frac{M}{S^2}$$

$$\bullet \quad R_{am} = \frac{R_m}{S^2}$$

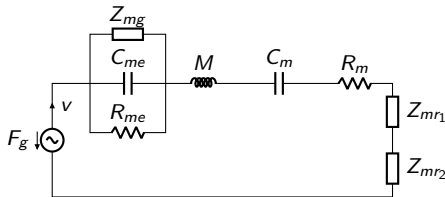
$$\bullet \quad C_{am} = C_m S^2$$

Les équations couplées précédentes se réduisent à :

$$p_g = \left[\left(\frac{1}{\frac{1}{Z_{ag}} + j\omega C_{ae} + \frac{1}{R_{ae}}} \right) + j\omega M_{am} + \frac{1}{j\omega C_{am}} + R_{am} + Z_{ar1} + Z_{ar2} \right] q$$

Mise en équations schéma équivalent mécanique

Le schéma mécanique équivalent du haut-parleur est obtenu en ramenant les éléments "électriques" au secondaire du gyrateur et les éléments "acoustiques" aux primaires des transformateurs.



avec

- $F_g = \frac{Bl}{Z_g + R_e + j\omega L_e} u_g$
- $C_{me} = \frac{L_e}{(Bl)^2}$
- $Z_{mr1} = Z_{ar1} S^2$
- $Z_{mg} = \frac{(Bl)^2}{Z_g}$
- $R_{me} = \frac{(Bl)^2}{R_e}$
- $Z_{mr2} = Z_{ar2} S^2$

Les équations couplées précédentes se réduisent à une seule équation, dans le domaine mécanique:

$$F_g = \left[\left(\frac{1}{\frac{1}{Z_{mg}} + j\omega C_{me} + \frac{1}{R_{me}}} \right) + j\omega M + \frac{1}{j\omega C_m} + R_m + Z_{mr1} + Z_{mr2} \right] v$$

Mise en équations
schéma équivalent mécanique

avec

- $F_g = \frac{B\ell}{Z_g + R_e + j\omega L_e} u_g$
- $Z_{mg} = \frac{(B\ell)^2}{Z_g}$
- $C_{me} = \frac{L_e}{(B\ell)^2}$
- $R_{me} = \frac{(B\ell)^2}{R_e}$
- $Z_{mr1} = Z_{ar1} S^2$
- $Z_{mr2} = Z_{ar2} S^2$

Les équations couplées précédentes se réduisent à une seule équation, dans le domaine mécanique:

$$F_g = \left[\left(\frac{1}{\frac{1}{Z_{mg}} + j\omega C_{me} + \frac{1}{R_{me}}} \right) + j\omega M + \frac{1}{j\omega C_m} + R_m + Z_{mr1} + Z_{mr2} \right] v$$

Calcul de l'impédance électrique d'entrée u_{hp}/i du haut-parleur électrodynamique

- En considérant que les impédances de rayonnement chargeant les deux faces de la membrane du haut-parleur se réduisent chacune à une simple masse de rayonnement $M_{ar} = \rho \frac{8}{3\pi^2 a}$ (où a désigne le rayon de la membrane du haut-parleur), donnez l'expression de l'impédance électrique d'entrée du haut parleur $Z_{hp} = u_{hp}/i$.
- Tracez l'allure du module de cette impédance en fonction de la fréquence.

Applications numériques:

$$Z_g = 0\Omega, R_e = 6\Omega, L_e = 0.6 \text{ mH}$$

$$M = 27 \text{ g}, C_m = 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ m/N}, R_m = 2.91 \text{ kg/s}, Bl = 9.24 \text{ N/A}, S = 2.21 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$