

## 2.1 Systèmes électriques

H. Lissek

28 septembre 2023

BA5 - Electroacoustique

- ① Introduction
- ② Définitions et conventions
- ③ Loi d'Ohm
- ④ Circuit RLC
- ⑤ Notion d'impédance
- ⑥ Quadripôles usuels
- ⑦ Analyse de circuits électriques
- ⑧ Conclusion

# Objectif et pré-requis

## Objectif

L'objectif de ce cours est de rappeler les lois traduisant le comportement des circuits électriques.

## Pré requis

- Connaître les notions de tension et de courant électriques et les composants électriques standards (résistance, inductance, capacitance).
- Connaître les notations complexes en régime sinusoïdal.

## Notion de dipôle

Le dipôle électrique est un composant électrique possédant deux bornes. Par exemple, les lampes, les interrupteurs, les générateurs, les piles, les résistances et les moteurs sont des dipôles. On distingue en général deux sortes de dipôles :

- Les générateurs qui peuvent produire du courant électrique : dipôles actifs,
- Les récepteurs qui reçoivent le courant électrique : dipôles passifs.



Dipole générateur ou actif

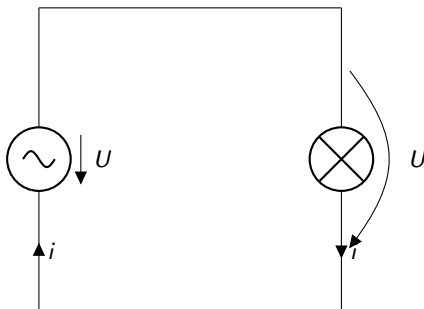


Dipole récepteur ou passif

## Conventions d'orientation courant-tension

Par convention, l'orientation de la tension et du courant est réalisée comme suit (cf. schéma ci-dessous) :

- pour les récepteurs : la tension et le courant sont orientés dans le même sens (partie droite du schéma),
- pour les générateurs : la tension et le courant sont orientés en sens inverses (partie gauche du schéma).



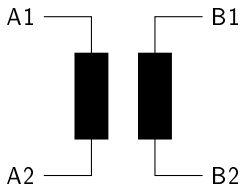
## Notion de quadripôle

Un quadripôle est un dispositif à deux accès (dits aussi ports), chaque accès (ou port) comportant deux pôles. Un quadripôle permet le transfert d'énergie entre deux dipôles connectés aux deux ports.

La description du comportement d'un quadripôle nécessite d'utiliser quatre grandeurs physiques :

- les tensions aux bornes des deux ports,
- les courants traversant à chaque port.

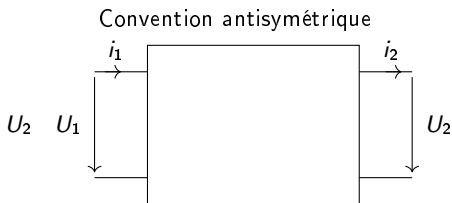
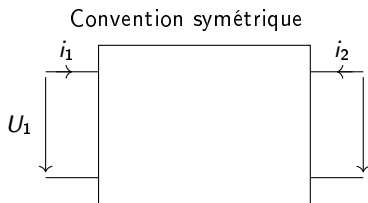
**EXEMPLE :** le transformateur électrique monophasé est un quadripôle (cf. figure ci-dessous)



## Conventions d'orientation

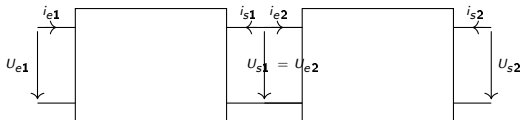
Les conventions de représentation graphique d'un quadripôle sont au nombre de deux :

- convention symétrique : tous les courants sont entrants. La convention récepteur est utilisé à l'entrée et à la sortie du quadripôle (vu comme un récepteur en entrée et sortie)
- convention antisymétrique : le quadripôle est vu comme un système avec une entrée et une sortie. Le courant à gauche entre dans le quadripôle et celui de droite sort du quadripôle. La convention récepteur est utilisé à l'entrée et la convention générateur à la sortie du quadripôle (vu comme un récepteur en entrée et comme un générateur en sortie).



Les deux conventions présentées ci-dessus affectent les lois de connexion entre quadripôles.

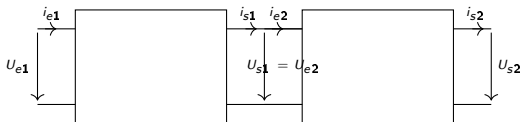
## Convention symétrique



Dans cette convention, la somme des courants au noeud entre les deux quadripôles est nulle ( $i_{s1} + i_{e2} = 0$ ) et les tensions sont égales ( $U_{s1} = U_{e2}$ ). La matrice de raccordement entre quadripôles s'écrit donc

$$\begin{pmatrix} U_{s1} \\ i_{s1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{e2} \\ i_{e2} \end{pmatrix}$$

## Convention anti-symétrique



Dans cette convention, la différence des courants au noeud entre les deux quadripôles est nulle ( $i_{s1} - i_{e2} = 0$ ) et les tensions sont égales ( $U_{s1} = U_{e2}$ ). La matrice de raccordement entre quadripôles s'écrit donc

$$\begin{pmatrix} U_{s1} \\ i_{s1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{e2} \\ i_{e2} \end{pmatrix}$$



## Intérêt des conventions

### Convention symétrique

Elle est utilisée pour l'analyse des conversions d'énergie entre différents domaines (conversion électrique  $\iff$  mécanique et conversion mécanique  $\iff$  acoustique). Cette convention montre que la somme des puissances injectées dans le quadripôle est nulle.

### Convention antisymétrique

Pour les systèmes mécaniques ou acoustiques, pour lesquels on utilise une source en amont et un récepteur en aval, on préfère utiliser la convention anti-symétrique montrant une continuité dans le sens des vitesses.

## Régime sinusoïdal

Dans l'hypothèse où le courant  $i$  et la tension  $u$  dépendent du temps suivant une loi sinusoïdale, les variables s'écrivent (la variable intermédiaire  $v$  représente ici indifféremment  $i$  ou  $u$ ) :

- $v(t) = v_m \cos(\omega t + \phi_v).$

En notation complexe, il vient

- $v(t) = v_m e^{j(\omega t + \phi_v)}.$

Les dérivées s'écrivent ainsi en notation complexe

- $\frac{dv(t)}{dt} = j\omega v(t).$

Les intégrales s'écrivent ainsi en notation complexe

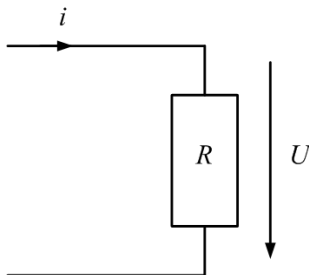
- $\int v(t) dt = \frac{v(t)}{j\omega}.$

## Loi d'Ohm

Dans le cas d'une résistance électrique, la relation macroscopique entre la tension  $u(t)$  et le courant  $i(t)$  est la loi d'Ohm, donnée par

$$u(t) = Ri(t),$$

où  $R$  est la résistance exprimée en  $\Omega$  (Ohms).



La puissance dissipée en chaleur par la résistance est donnée par

$$\mathcal{P}_e(t) = u(t).i(t) = Ri(t)^2 = \frac{u(t)^2}{R}.$$

## Composition d'un circuit RLC

Le circuit RLC est composé d'une résistance  $R$ , d'une bobine (inductance)  $L$  et d'une capacité (capacitance)  $C$ . Ces composants peuvent être par exemple connectés en série ou en parallèle (cf figures ci-dessous).

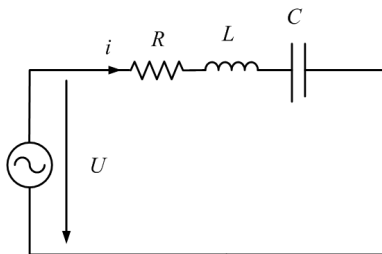


Figure – Circuit RLC connecté en série

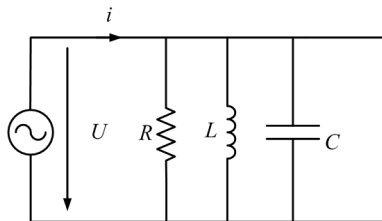


Figure – Circuit RLC connecté en parallèle

## Réponse d'un circuit RLC, domaine temporel

Les relations entre tension  $u$  et courant  $i$  pour les dipôles classiques (résistance, inductance, capacitance) s'écrivent dans le domaine temporel :

- $U_R(t) = Ri(t)$  , où  $i(t)$  est le courant traversant la résistance et  $u_R(t)$  la tension bornes de la résistance,
- $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$  , où  $i(t)$  est le courant traversant l'inductance et  $u_L(t)$  la tension bornes de l'inductance,
- $i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$  , où  $i(t)$  est le courant traversant la capacitance et  $u_C(t)$  la tension aux bornes de la capacitance.

## Réponse d'un circuit RLC, régime sinusoïdal

Dans l'hypothèse où le courant et la tension dépendent du temps suivant une loi sinusoïdale, la notation complexe permet d'écrire les relations suivantes

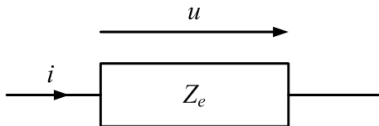
- Pour la résistance  $u_R = Ri$ , où  $u_R$  est la tension aux bornes de la résistance et  $i$  le courant traversant la résistance,
- Pour l'inductance  $u_L = j\omega Li$ , où  $u_L$  est la tension aux bornes de l'inductance et  $i$  le courant traversant l'inductance,
- Pour la capacitance  $i = j\omega Cu_C$ , soit  $u_C = \frac{i}{j\omega C}$ , où  $u_C$  est la tension aux bornes de l'inductance et  $i$  le courant traversant l'inductance.

## Notion d'impédance : définition

En régime sinusoïdal le comportement des dipôles dépend de la fréquence. On définit l'impédance d'un dipôle électrique **en régime sinusoïdal** par :

$$Z_e = \frac{u}{i},$$

où  $i$  est le courant qui traverse le dipôle et  $u$  est la tension aux bornes du dipôle. L'impédance traduit la "réaction" du dipôle au passage du courant  $i$ .



## Amplitude et phase

L'impédance est un nombre complexe :

- L'amplitude de l'impédance traduit le rapport des amplitudes de la tension et du courant.
- La phase de l'impédance traduit le retard que possède la tension par rapport au courant.

## Admittance versus Impédance

L'admittance est définie comme l'inverse de l'impédance. L'admittance électrique  $Y_e$  s'écrit

$$Y_e = \frac{1}{Z_e}.$$

### Cas d'utilisation de l'admittance

Dans le cas de deux dipôles connectés en parallèle, l'admittance équivalente aux deux dipôles  $Y_{eq}$  est la somme des admittances  $Y_1$  et  $Y_2$  de chacun des dipôles :  $Y_{eq} = Y_1 + Y_2$ .

### Cas d'utilisation de l'impédance

Dans le cas de deux dipôles connectés en série, l'impédance équivalente aux deux dipôles  $Z_{eq}$  est la somme des impédances  $Z_1$  et  $Z_2$  de chacun des dipôles :  $Z_{eq} = Z_1 + Z_2$ .

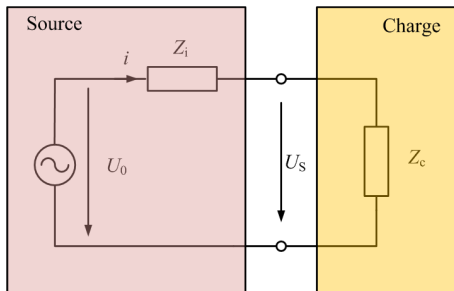


## Définitions

Considérant la figure ci-dessous, on appelle :

- impédance de source l'impédance interne au générateur considérant que la source (de tension ou de courant) est idéale,
- impédance de charge l'impédance du récepteur.

L'impédance interne au générateur est l'impédance vue aux bornes du générateur lorsque la source est éteinte.



## Couplage générateur - récepteur

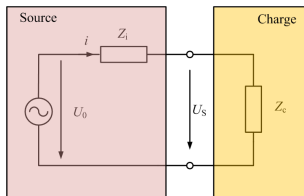
Dans le cas où un générateur (source) est connecté à une charge (récepteur), deux cas usuels existent.

### Optimisation du rendement

On souhaite ici maximiser le rapport  $\frac{U_s}{U_0}$  qui s'écrit  $\frac{U_s}{U_0} = \frac{Z_c}{Z_c + Z_i}$ . Dans ce cas, il faut que  $Z_c \gg Z_i$  pour que  $U_s \simeq U_0$ .

### Optimisation de la puissance transmise

On souhaite ici maximiser la puissance transmise du générateur au récepteur. Dans ce cas, on montre qu'il faut respecter  $Z_i = Z_c^*$ , où  $Z_c^*$  est le complexe conjugué de  $Z_c$ .



## Equations de couplage

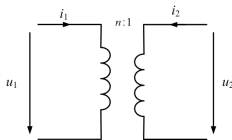
Un transformateur électrique est un quadripôle électrique, convertissant un couple de grandeur électriques  $(u_1, i_1)$  d'un côté au couple  $(u_2, i_2)$  de l'autre côté du quadripôle. Un transformateur idéal sans aucune perte est défini par le système d'équations suivant :

$$n i_1 = -i_2,$$

$$u_1 = n u_2,$$

où  $n$  est le rapport de transformation (correspondant au rapport du nombre d'enroulements des circuits primaire (1) et secondaires (2)).

Il est utilisé pour modéliser les transformateurs électriques réels ou d'autres effets de couplage en électroacoustique.



L'impédance électrique  $Z_1 = \frac{u_1}{i_1}$  à l'entrée du transformateur s'écrit en fonction de l'impédance à la sortie  $Z_2 = -\frac{u_2}{i_2}$  :  $Z_1 = n^2 Z_2$ .

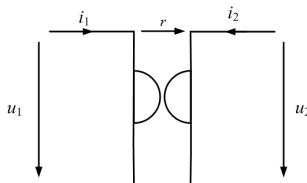
## Le gyrateur

Un gyrateur idéal est un quadripôle qui met en relation le courant à l'entrée et la tension à la sortie et vice versa. Les relations entre courants et tensions s'écrivent :

$$u_1 = r i_2,$$

$$u_2 = -r i_1,$$

où  $r$ , la *résistance de gyration*, représente le rapport tension à courant dans les deux sens du gyrateur.



L'impédance électrique  $Z_1 = \frac{u_1}{i_1}$  à l'entrée du gyrateur s'écrit en fonction de l'admittance à la sortie  $Y_2 = -\frac{i_2}{u_2}$  :  $Z_1 = r^2 Y_2$ .

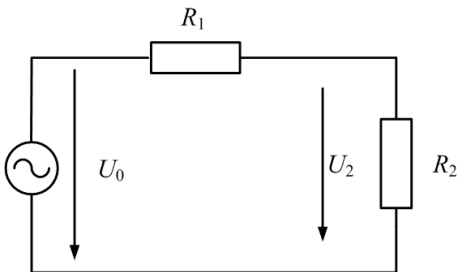
# Lois de Kirchhoff

Dans un circuit, il est possible de calculer les différences de potentiel aux bornes de chaque résistance et l'intensité du courant continu dans chaque branche de circuit en appliquant les deux lois de Kirchhoff : la loi des noeuds et la loi des mailles.

Le théorème de Millman est une forme particulière de la loi des noeuds exprimée en termes de potentiel.

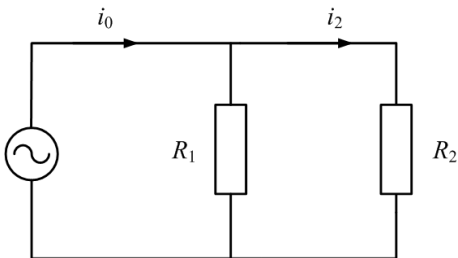
## Diviseur de tension

Le diviseur de tension est un montage électronique simple qui permet de diviser une tension d'entrée par une valeur constante déterminée par les valeurs de résistances. Un circuit constitué de deux résistances connectées en série est par exemple un montage élémentaire qui peut réaliser cette opération.



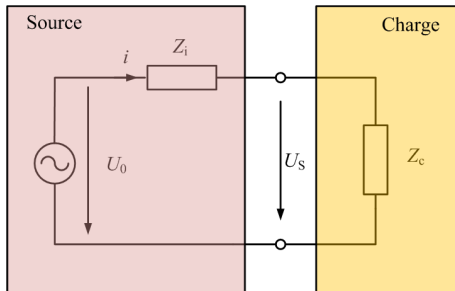
## Diviseur de courant

Le diviseur de courant est un montage électronique simple qui permet de diviser un courant d'entrée par une valeur constante déterminée par les valeurs de résistances. Un circuit constitué de deux résistances connectées en parallèle est par exemple un montage élémentaire qui peut réaliser cette opération.



## Générateurs de Thévenin

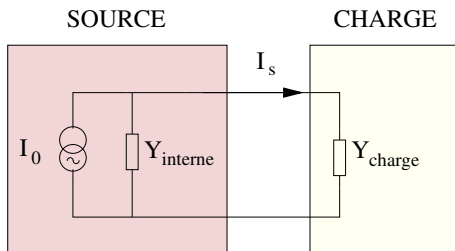
La notion de générateur de Thévenin équivalent permet de représenter une source électrique par une source idéale de tension  $U_0$  connectée en série à une impédance  $Z_{interne}$  interne traduisant la difficulté qu'à la source à conserver la tension de sortie  $U_s$  constante en présence d'une charge  $Z_{charge}$ .





## Générateurs de Norton

La notion de générateur de Norton équivalent permet de représenter une source électrique par une source idéale de courant  $I_0$  connectée en parallèle à une admittance  $Y_{interne}$  interne traduisant la difficulté qu'à la source à conserver le courant de sortie  $I_s$  constant en présence d'une charge  $Y_{charge}$ .



## Synthèse des acquis

- Les grandeurs physiques mises en jeu sont la tension  $u$  et le courant  $i$ . En électroacoustique, elles dépendent du temps de façon sinusoïdale.
- Les notations utilisées en électroacoustique sont les notations complexes.
- Les relations entre éléments électriques de base sont les suivantes :
  - Aux bornes d'une résistance : la relation entre tension et courant est une relation de proportionnalité  $u = Ri$ .
  - Aux bornes d'une inductance : la relation entre tension et courant est une relation de dérivation  $u = j\omega Li$ .
  - Aux bornes d'une capacitance : la relation entre tension et courant est une relation d'intégration  $u = \frac{i}{j\omega C}$ .
- L'impédance d'un système électrique traduit la réaction du système (tension aux bornes du système) au passage d'un courant. L'impédance est un nombre complexe (amplitude, phase) dépendant de la fréquence.
- L'admittance est définie comme l'inverse de l'impédance
- Les quadripôles usuels de l'électroacoustique sont le transformateur idéal et le gyrateur.