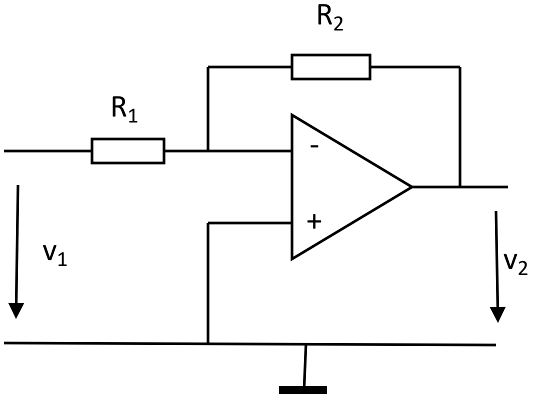
Réaction négative à gain variable avec la fréquence

RAPPELS A.O.



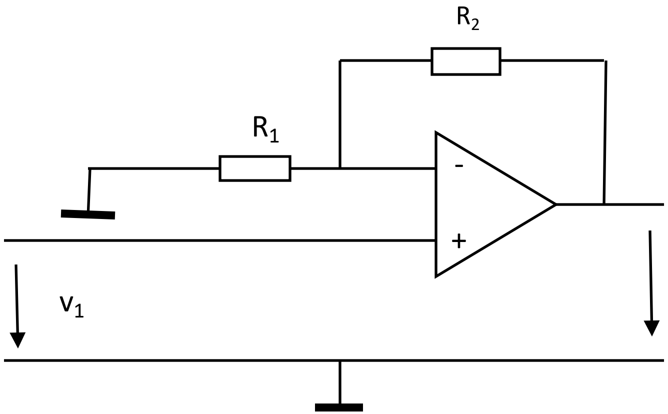
Montage inverseur

$i_+ = i_- = 0$ et $V_+ = V_-$

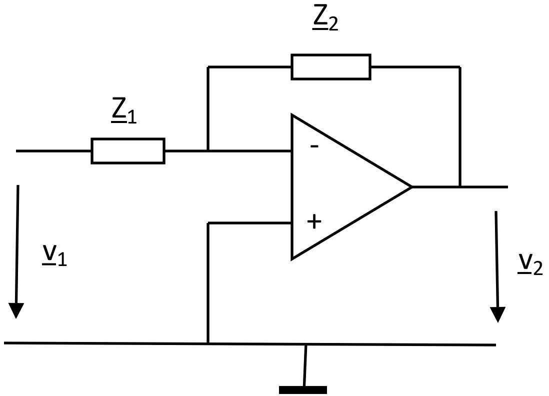
$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1} \quad \text{et} \quad R_{in} = R_1$$

Montage non inverseur

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad \text{et} \quad R_{in} \to \infty$$

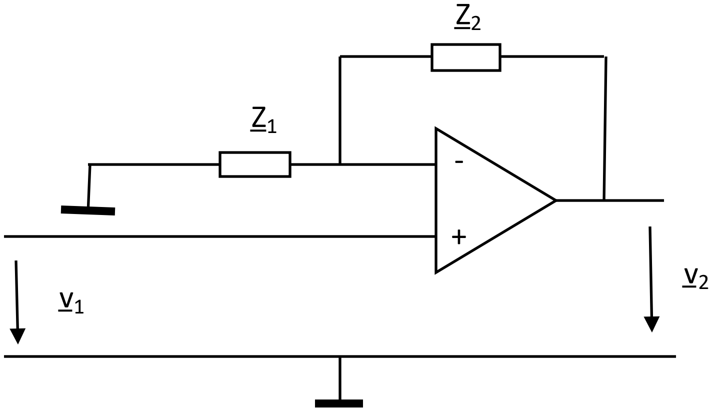


Fonction de transfert avec un AOP



$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = -\frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}}$$

$$\underline{Z_{IN}} = \underline{Z_1}$$

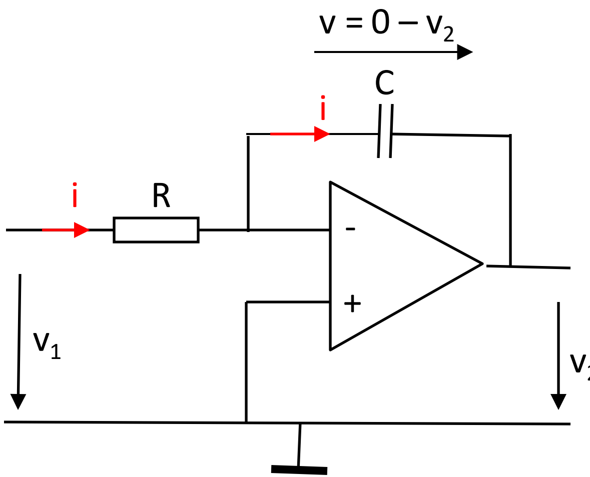


$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}{\underline{Z_1}}$$

$$\underline{Z_{IN}} = \infty$$

Montage linéaire à gain variable en fonction de la fréquence

Intégrateur



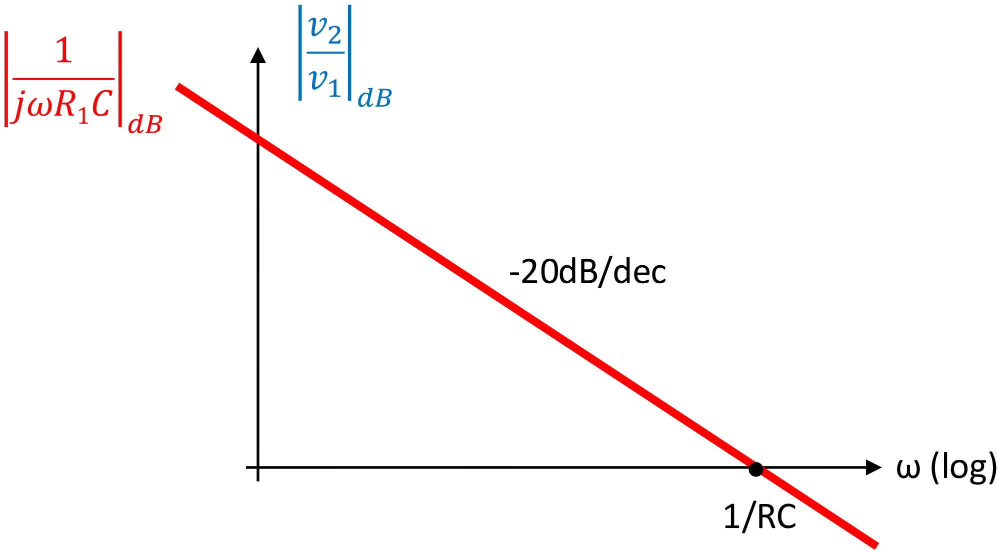
$$i = \frac{v_1}{R} = C\frac{dv}{dt} = -C\frac{dv_2}{dt}$$

$$dv_2 = -i\frac{dt}{C}$$

Domaine temporel : $v_2 = -\int_0^t i\frac{dt}{C}$ Or $i = \frac{v_1}{R}$ donc $v_2 = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_1.dt$

Régime sinusoïdal : $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = -\frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}}\, avec\ \underline{Z_2} = \frac{1}{j\omega C}\ et\ \underline{Z_1} = R$ $\boxed{\frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = -\frac{1}{j\omega RC}}$

Intégrateur en régime sinusoïdal

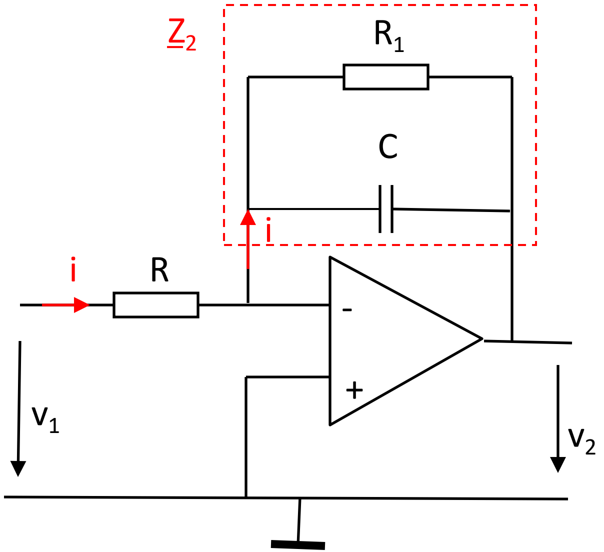


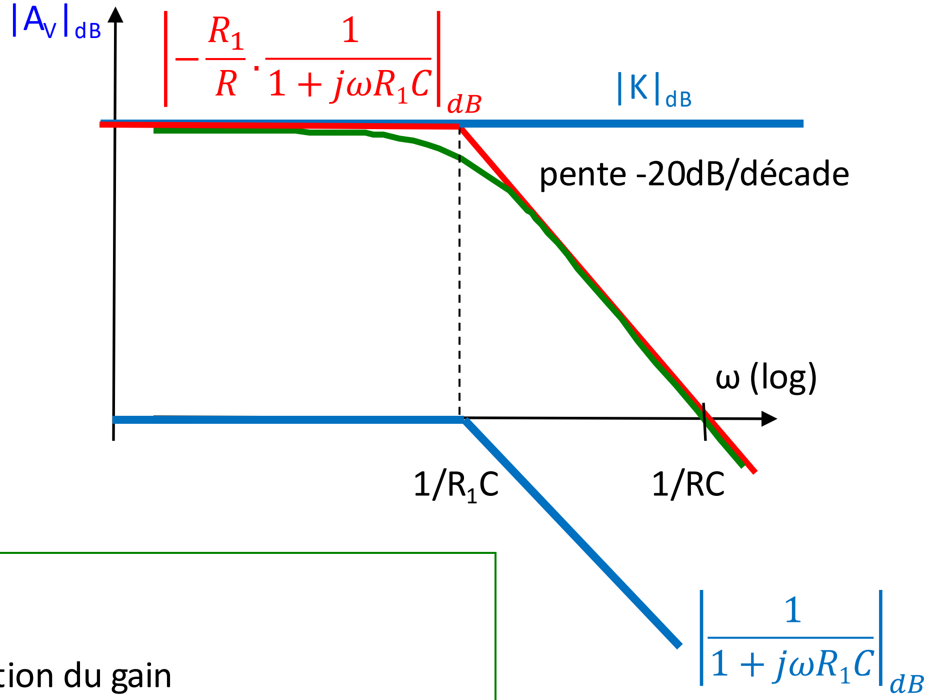
Remarques : Pour ω --> 0, $\underline{V}_2/\underline{V}_1$ --> ∞ (v_2 = saturation)

Cet intégrateur est sensible aux imperfections de l'AO

Solution : Limiter le gain en basse fréquence

Limitation du gain en basse fréquence



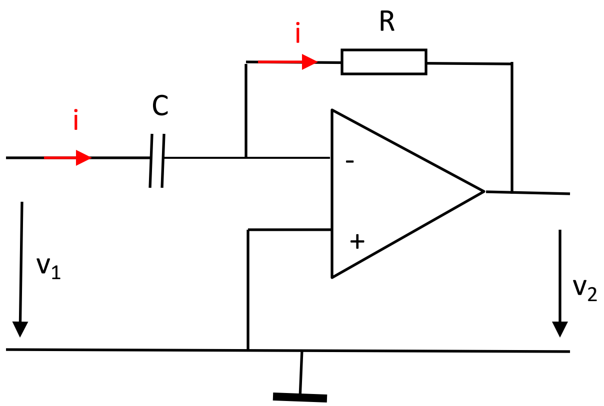


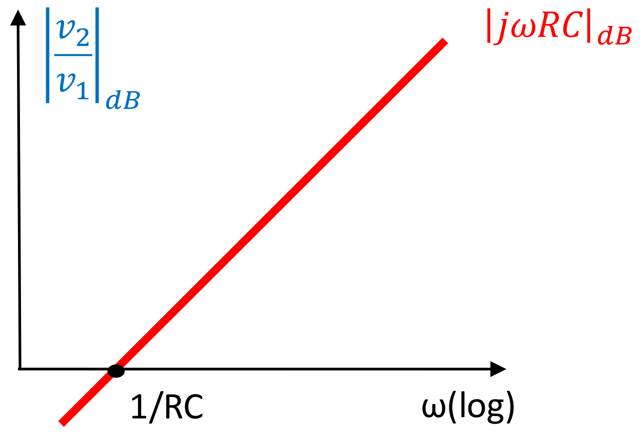
Intégrateur pour $\omega > 1/R_1C$

$\omega \to 0$ $\underline{V}_2/\underline{V}_1 = -R_1/R$ limitation du gain

$\omega \to 1/R_1C$ $\underline{V}_2/\underline{V}_1 = -1/j\omega RC$ Comportement d'un intégrateur

Différentiateur (mieux que "dérivateur")





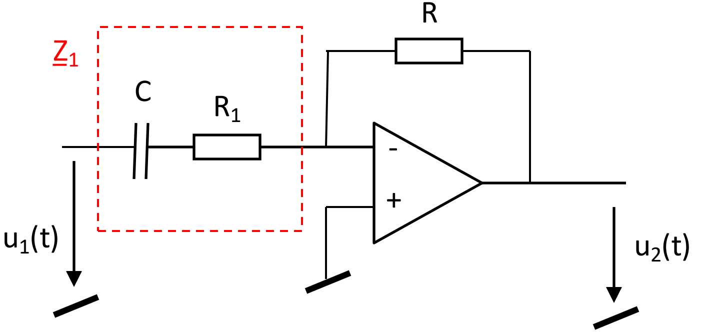
Domaine temporel : $I = C\frac{dv_1}{dt} = -\frac{v_2}{R} \Rightarrow v_2 = -RC\frac{dv_1}{dt}$

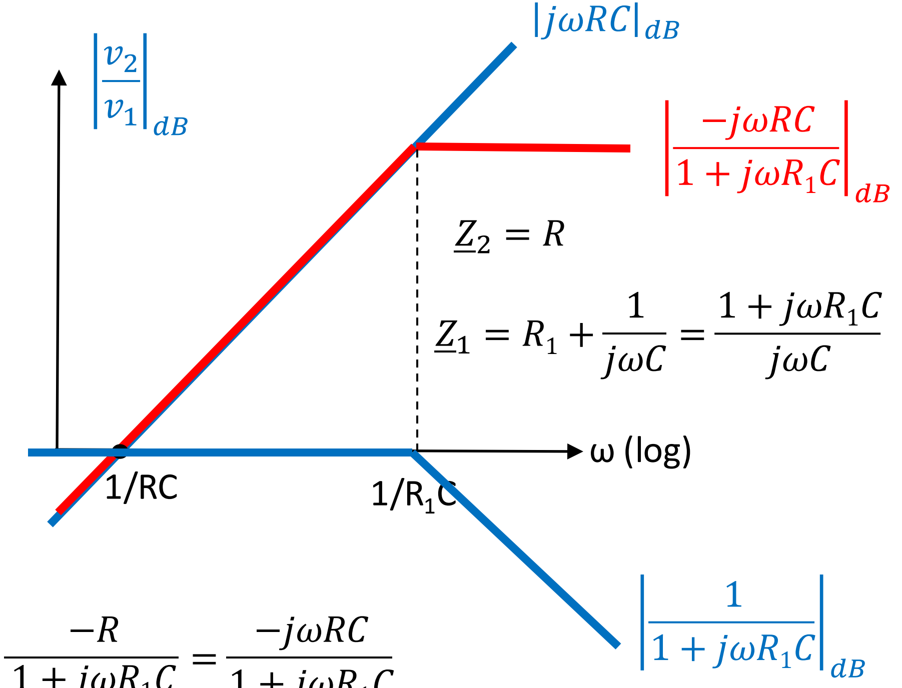
Signal sinusoïdal : $\frac{v_2}{v_1} = -j\omega RC$

et de façon générale avec la transformée de Laplace: $\frac{v_2}{v_1} = -j\omega RC = -pRC$

Remarque : Circuit très sensible aux bruits et parasites haute-fréquence.
Le gain H.F. limité par une résistance élevée en série avec C.

Limitation du gain en hautes fréquences



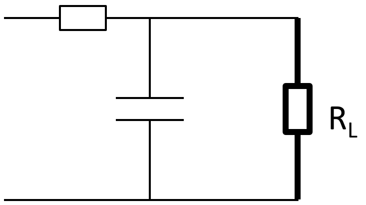


$$\underline{Z}_2 = R$$

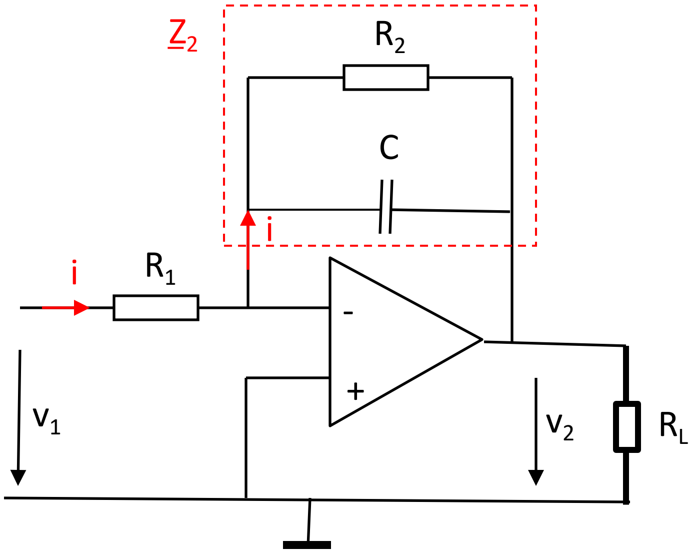
$$\underline{Z}_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = \frac{-R}{\frac{1+j\omega R_1 C}{j\omega C}} = \frac{-j\omega RC}{1+j\omega R_1 C}$$

Filtre passe-bas du 1er ordre



Mauvais filtre.
La fonction de transfert change à cause de R_L



Ici la fonction de transfert ne change pas

$$\underline{Z}_2 = \frac{R_2.\frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

et $\underline{Z}_1 = R_1$

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{R_2}{R_1}.\frac{1}{1 + j\omega R_2 C}}$$

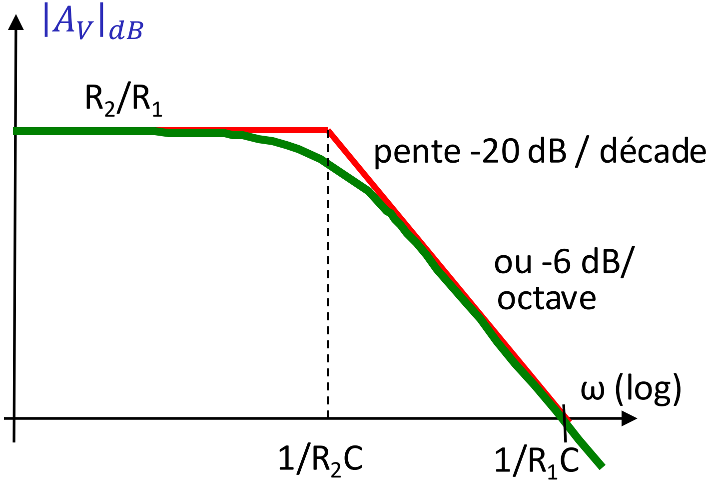
Si $R_2 = R_1$ alors

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{1}{1 + j\omega R_2 C}}$$

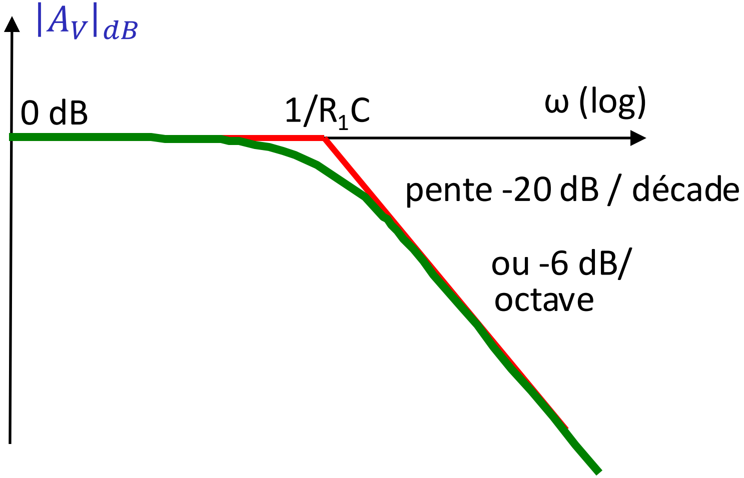
Filtre passe-bas du 1er ordre

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = -\frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{1 + j\omega R_2 C}$$

$$\begin{cases} \omega < \dfrac{1}{R_2 C} \Rightarrow \dfrac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = -\dfrac{R_2}{R_1} \\ \omega > \dfrac{1}{R_2 C} \Rightarrow \dfrac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = -\dfrac{1}{j\omega R_1 C} \end{cases}$$



Cas général

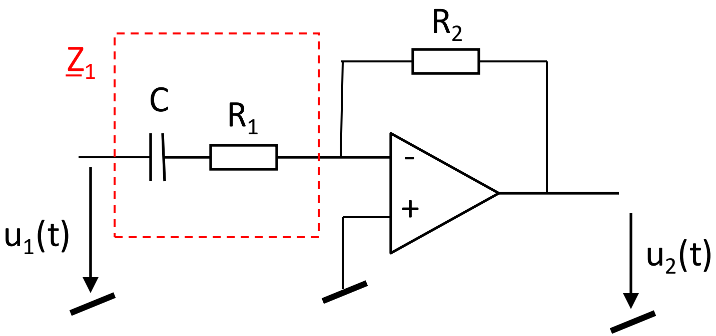


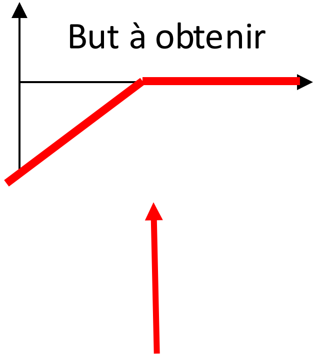
Filtre passe-bas

Filtre passe-HAUT du 1er ordre

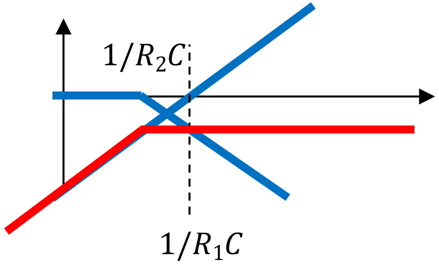
$$\underline{Z}_2 = R_2$$

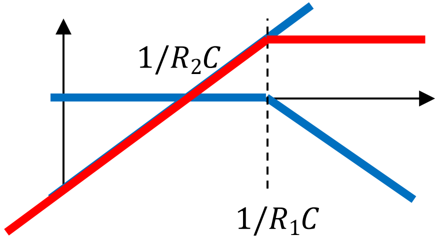
$$\underline{Z}_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C}$$

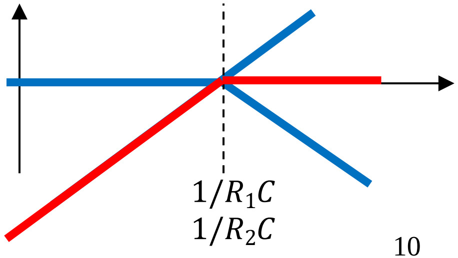




$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = \frac{-R_2}{\frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C}} = \frac{-j\omega R_2 C}{1 + j\omega R_1 C}$$

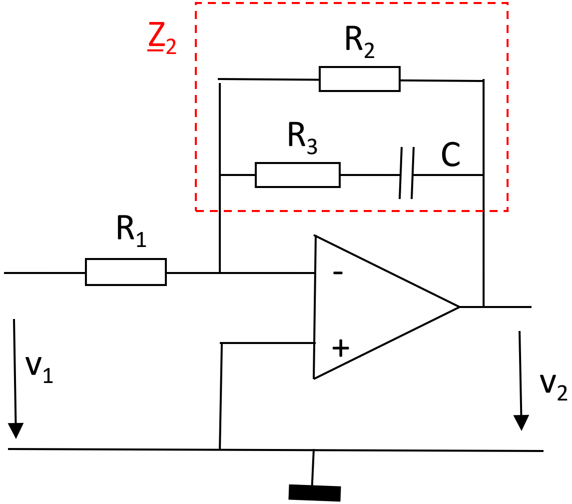






Exercice d'analyse [1]

Calculer et représenter graphiquement la fonction de transfert du circuit suivant:



$$\underline{Z}_2 = \frac{\left(\frac{1 + j\omega R_3 C}{j\omega C}\right).\mathrm{R}_2}{\left(\frac{1 + j\omega R_3 C}{j\omega C}\right) + \mathrm{R}_2} = \frac{(1 + j\omega R_3 C).\mathrm{R}_2}{1 + j\omega R_3 C + \mathrm{j}\omega \mathrm{R}_2 \mathrm{C}} = \frac{(1 + j\omega R_3 C).\mathrm{R}_2}{1 + j\omega(R_3 + R_2)\, C}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1$$

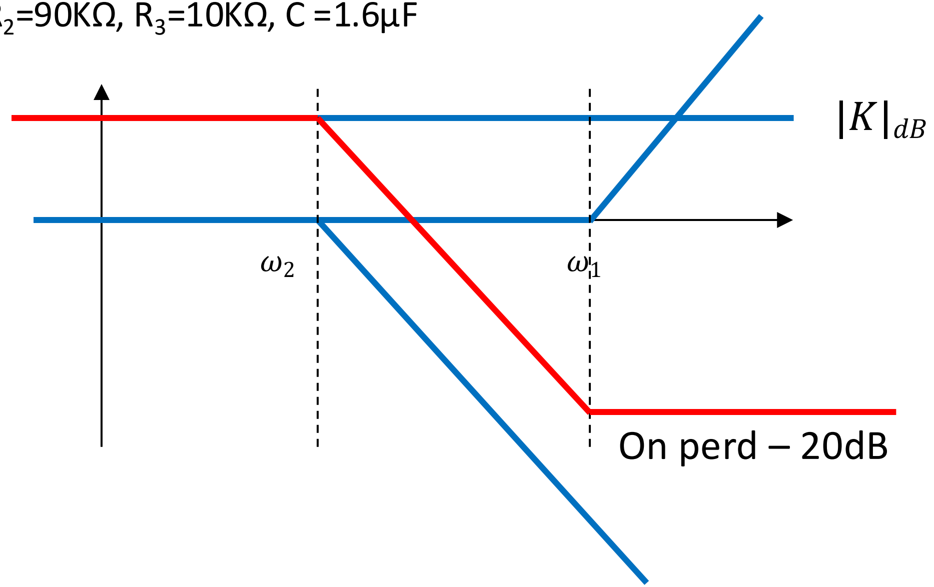
Pour R_1=1KΩ, R_2=90KΩ, R_3=10KΩ, C =1.6µF

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{\frac{(1 + j\omega R_3 C).\mathrm{R}_2}{1 + j\omega(R_3 + R_2)C}}{R_1} = -\frac{\mathrm{R}_2}{R_1}.\frac{1 + j\omega R_3 C}{1 + j\omega(R_3 + R_2)\, C}$$

Développements montage 1

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{\mathrm{R}_2}{R_1}.\frac{(1 + j\omega R_3 C)}{1 + j\omega(R_3 + R_2)\,C} \; de\ la\ forme\ \ K.\frac{(1 + \dfrac{\omega}{\omega_1})}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}} \qquad avec\ \ \omega_1 > \omega_2$$

Pour R_1=1KΩ, R_2=90KΩ, R_3=10KΩ, C =1.6µF

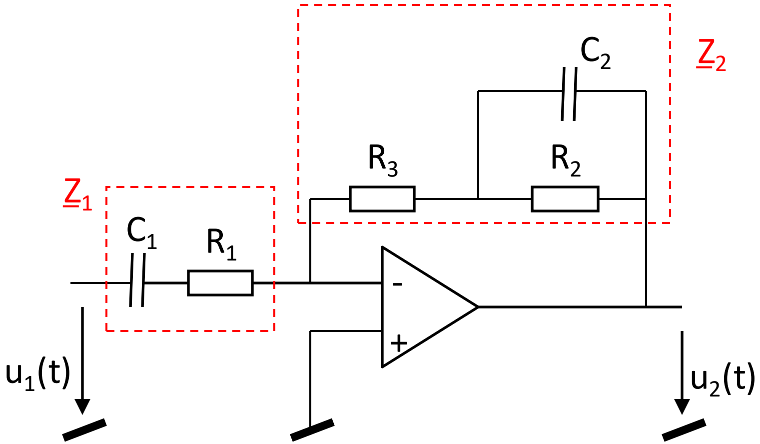


$$\omega_1 = \frac{1}{16 * 10^{-3}} = \frac{10^3}{16}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{16 * 10^{-2}} = \frac{10^2}{16}$$

Exercice d'analyse [2]

Calculer et représenter dans un diagramme de Bode (module uniquement) la fonction de transfert du circuit suivant, en précisant les valeurs en dB des asymptotes horizontales.

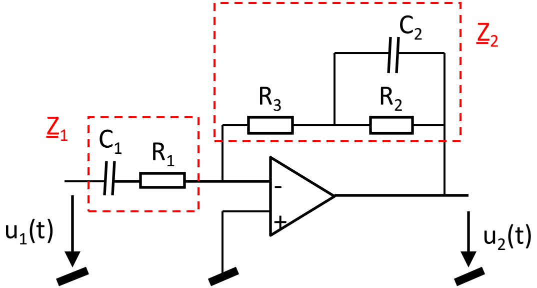


On donne:

R_1=1KΩ, R_2=90KΩ, R_3=10KΩ

Cas 1 : Pour C_1=1.6µF, C_2=1.8nF
Cas 2 : Pour C_1=16nF , C_2=18nF

Développements montage 2



$$\underline{Z}_2 = R_3 + \frac{R_2}{1+j\omega R_2C_2} = \frac{R_3 + j\omega R_2R_3C_2 + R_2}{1+j\omega R_2C_2} = (R_2+R_3).\frac{\left(1+j\omega\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}C_2\right)}{1+j\omega R_2C_2}$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{1+j\omega R_1C_1}{j\omega C_1}$$

$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{(R_2+R_3).\frac{\left(1+j\omega\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}C_2\right)}{1+j\omega R_2C_2}}{\frac{1+j\omega R_1C_1}{j\omega C_1}} = -j\omega(R_2+R_3)C_1.\frac{\left(1+j\omega\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}C_2\right)}{(1+j\omega R_2C_2).(1+j\omega R_1C_1)}$$

$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = -j\omega(R_2+R_3)C_1.\frac{\left(1+j\omega\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}C_2\right)}{(1+j\omega R_2C_2).(1+j\omega R_1C_1)}$$ de la forme $$-j\frac{\omega}{\omega_1}.\frac{\left(1+j\frac{\omega}{\omega_2}\right)}{\left(1+j\frac{\omega}{\omega_3}\right).\left(1+j\frac{\omega}{\omega_4}\right)}$$

avec $\omega_1 = \frac{1}{(R_2+R_3)C_1}, \omega_2 = \frac{R_2+R_3}{R_2R_3C_2}, \omega_3 = \frac{1}{R_2C_2}, \omega_4 = \frac{1}{R_1C_1}$

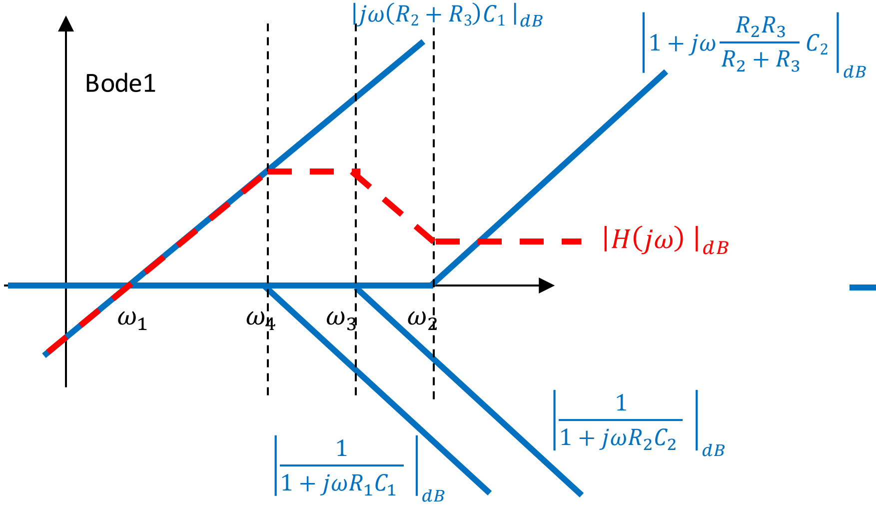
Développements montage 2 - suite

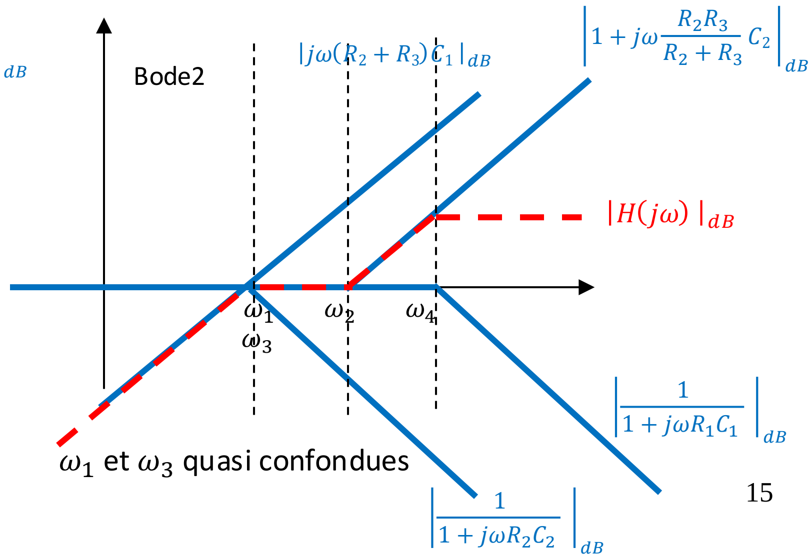
R_1=1KΩ, R_2=90KΩ, R_3=10KΩ

Cas 1 : Pour C_1=1.6µF, C_2=1.8nF $\omega_1 = 6.25 rad/s, \omega_2 = 61'728 rad/s, \omega_3 = 6'172 rad/s, \omega_4 = 625 rad/s$

Cas 2 : Pour C_1=16nF , C_2=18nF $\omega_1 = 625 rad/s, \omega_2 = 6'172 rad/s, \omega_3 = 617 rad/s, \omega_4 = 62'500 rad/s$

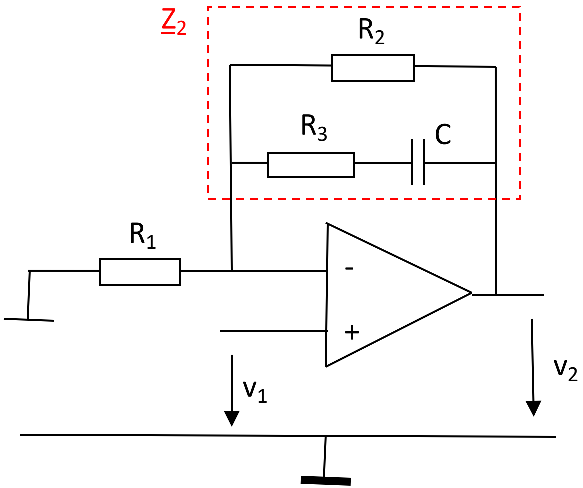
Dans les deux applications numériques, il y a presque des décades d'écart entre les pulsations





Exercice d'analyse [3]: Modèle non inverseur

Étude plus complexe



$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = \frac{R_1 + \dfrac{(1 + j\omega R_3 C).\mathrm{R}_2}{1 + j\omega (R_3 + R_2) C}}{R_1}$$

$$= \frac{\dfrac{R_1(1 + j\omega (R_3 + R_2) C) + (1 + j\omega R_3 C).\mathrm{R}_2}{1 + j\omega (R_3 + R_2) C}}{R_1}$$

$$= \frac{\dfrac{(R_1 + j\omega R_1 (R_3 + R_2) C) + (\mathrm{R}_2 + j\omega \mathrm{R}_2 R_3 C)}{1 + j\omega (R_3 + R_2) C}}{R_1} =$$

$$= \frac{\dfrac{(R_1 + \mathrm{R}_2)\left(1 + j\omega\left(\dfrac{R_1(R_3 + R_2) + \mathrm{R}_2 R_3}{R_1 + \mathrm{R}_2}\right) C\right)}{1 + j\omega (R_3 + R_2) C}}{R_1} =$$

$$= \frac{(R_1 + \mathrm{R}_2)}{R_1} . \frac{\left(1 + j\omega\left(\dfrac{R_1(R_3 + R_2) + \mathrm{R}_2 R_3}{R_1 + \mathrm{R}_2}\right) C\right)}{1 + j\omega (R_3 + R_2) C}$$