Laboratoire d'électrotechnique

Génie mécanique

Bachelor semestre 1

2023

5ème séance
CONDENSATEUR ET INDUCTANCE EN RÉGIME SINUSOÏDAL

A. OBJECTIFS

- Étude du condensateur et de l'inductance en régime sinusoïdal
- Mise en évidence de l'influence de la fréquence

B. LABORATOIRE

Un circuit électrique est dit en régime sinusoïdal lorsque les excitations extérieures (courants ou tensions) sont des fonctions sinusoïdales.

La fonction sinusoïdale joue un rôle de première importance en électricité.

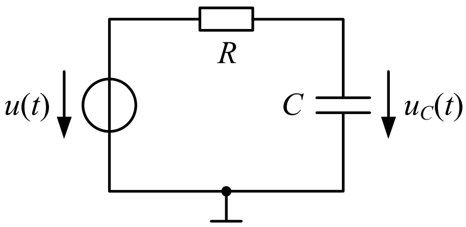
Cette prédominance est liée au fait que la production d'énergie électrique résulte généralement de l'utilisation de génératrices électriques dont les tensions de sortie sont sinusoïdales.

L'analyse du régime sinusoïdal est simplifiée par l'utilisation du calcul complexe qui permet de remplacer des relations intégro-différentielles par des opérations algébriques.

	Pour la préparation de la séance, consulter le document "TP d'électrotechnique – Laboratoire sans fautes"

1. Condensateur en régime sinusoïdal

Schéma de montage :



$u(t) = \hat{U}\sin(2\pi ft)$ (HMF2525)
$R = 10\ \mathrm{k\Omega}$
$C = 10\ \mathrm{nF}$

La tension $u(t)$ fournie par le générateur de fonctions **HMF2525** est un signal sinusoïdal de fréquence $f = 1\ \mathrm{kHz}$ et d'amplitude $\hat{U} = 10\ \mathrm{V}$.

Indiquer quelle configuration doit-on choisir pour le générateur de fonctions :

Fonction	 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Frequency	
Amplitude	
Offset	

Quelle touche faut-il activer pour délivrer correctement le signal ?

☐ **OFFSET**
☐ **INVERT**
☐ **OUTPUT**

1.1. Observation des tensions $u(t)$ et $u_C(t)$

Visualiser les tensions $u(t)$ et $u_C(t)$ à l'oscilloscope.

Utiliser la configuration suivante :

Canal 1 (CH1)	$u(t)$		
Canal 2 (CH2)	$u_C(t)$		
Base de temps	$200\ \mu\mathrm{s}$		
Trigger	SOURCE : $u(t)$ (Canal 1)	LEVEL : $0\ \mathrm{V}$	SLOPE : Flanc Montant

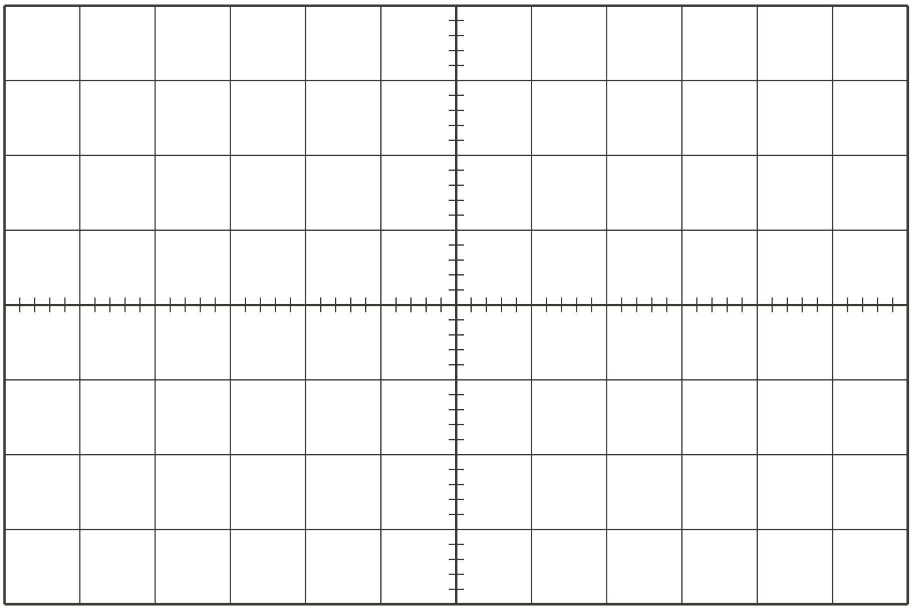
Quel couplage faut-t-il utiliser pour les **deux** canaux afin de visualiser les deux courbes correctement ?

- ☐ AC
- ☐ DC
- ☐ AC ou DC

Superposer le **GND** des deux courbes.

⚠	Choisir la position des deux courbes et leurs calibres en tension afin d'utiliser au maximum la taille de l'écran de l'oscilloscope et augmenter la précision des calculs.

Reproduire les signaux observés sur le graphique ci-dessous.



La tension $u_C(t)$ est

- ☐ en avance de phase par rapport à la tension $u(t)$
- ☐ en retard de phase par rapport à la tension $u(t)$

1.2. Comportement fréquentiel

La relation qui exprime la valeur de crête $\hat{U}_C$ de la tension $u_C(t)$ en fonction de la pulsation ω est donnée par (voir Annexe A.1)

$$\hat{U}_C = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\hat{U} \qquad (1)$$

Avec

$$\omega = 2\pi f \qquad (2)$$

Comment varie la valeur de crête $\hat{U}_C$ en fonction de la fréquence f ?

- ☐ Si la fréquence f augmente, la valeur de crête $\hat{U}_C$ diminue
- ☐ La fréquence f n'a aucune influence sur la valeur de crête $\hat{U}_C$
- ☐ Si la fréquence f augmente, la valeur de crête $\hat{U}_C$ augmente

Dans quel cas, le condensateur se comporte-t-il comme :

- Un court-circuit ?
  - ☐ $f \to 0$
  - ☐ $f \to \infty$
- Un circuit ouvert ?
  - ☐ $f \to 0$
  - ☐ $f \to \infty$

<u>Travail à effectuer :</u>

Faire varier la fréquence f et étudier l'évolution de la valeur de crête $\hat{U}_C$ de la tension $u_C(t)$ à l'aide du menu **AUTO MEASURE** de l'oscilloscope.

Noter la configuration choisie dans le tableau suivant :

PLACE MESURE (MEAS. PLACE)	
MESURE 1 (MEASURE 1)	
TYPE	
SOURCE	

Utiliser la séquence :

100 Hz	500 Hz	1 kHz	2 kHz	5 kHz	10 kHz	50 kHz	100 kHz

Pour chaque fréquence :

1. Calculer la valeur de crête $\hat{U}_C$ à l'aide de la relation (1).
2. Choisir la position des deux courbes et leurs calibres en tension afin d'utiliser au maximum la taille de l'écran de l'oscilloscope et augmenter la précision des calculs.
3. Mesurer la valeur de crête $\hat{U}_C$.

Reporter les valeurs dans le tableau ci-dessous.

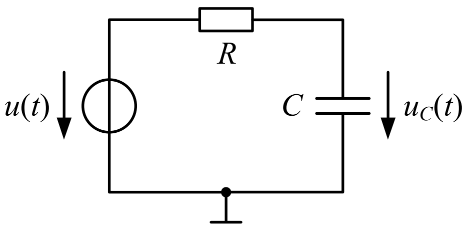
f [Hz]	$\hat{U}_C$ calculée [V]	$\hat{U}_C$ mesurée [V]
100		
500		
1 k		
2 k		
5 k		
10 k		
50 k		
100 k		

La valeur de crête $\hat{U}_C$ de la tension $u_C(t)$ montre un affaiblissement par rapport à la valeur de crête $\hat{U}$ de la tension $u(t)$ en fonction de la fréquence f.

Cette propriété est exploitée pour réaliser des filtres électriques.

1.3. Annulation de la composante alternative d'une tension $\boldsymbol{u(t) = U_0 + \hat{U}\sin(\omega t)}$

Schéma de montage :



$u(t) = U_0 + \hat{U}\sin(2\pi f t)$ (HMF2525)
$R = 10\ \mathrm{k\Omega}$
$C = 10\ \mathrm{nF}$

La tension $u(t)$ fournie par le générateur de fonctions **HMF2525** est un signal sinusoïdal de fréquence $f = 50\ \mathrm{kHz}$, d'amplitude $\hat{U} = 1\ \mathrm{V}$ et de composante continue $U_0 = 5\ \mathrm{V}$.

Indiquer quelle configuration doit-on choisir pour le générateur de fonctions :

Fonction	 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Frequency	
Amplitude	
Offset	

Quelles touches faut-il activer pour délivrer correctement le signal (plusieurs réponses possibles) ?

- ☐ **OFFSET**
- ☐ **INVERT**
- ☐ **OUTPUT**
- ☐ **Aucune**

Visualiser les tensions $u(t)$ et $u_C(t)$ à l'oscilloscope.

Utiliser la configuration suivante pour l'oscilloscope :

Canal 1 (CH1)	$u(t)$		
Canal 2 (CH2)	$u_C(t)$		
Base de temps	$10\ \mu\mathrm{s}$		
Trigger	SOURCE : $u(t)$ (Canal 1)	LEVEL : $5\ \mathrm{V}$	SLOPE : Flanc Montant

Quel couplage faut-t-il utiliser pour les **deux** canaux afin de visualiser les deux courbes correctement ?

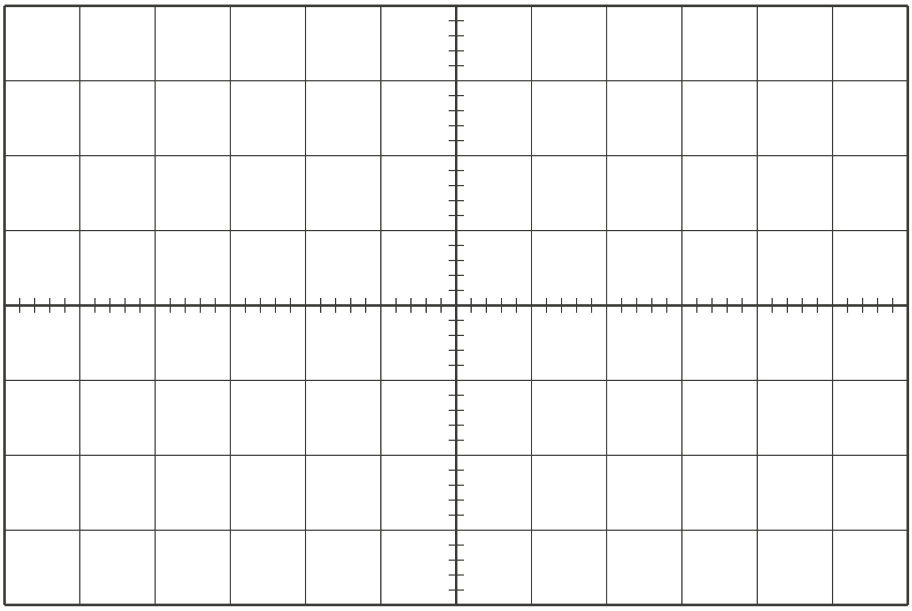
- ☐ AC
- ☐ DC
- ☐ AC ou DC

Superposer le **GND** des deux courbes.

	Choisir la position des deux courbes et leurs calibres en tension afin d'utiliser au maximum la taille de l'écran de l'oscilloscope et augmenter la précision des calculs.

Choisir les **mêmes calibres en tension** pour les tensions $u(t)$ et $u_C(t)$.

Reproduire les signaux observés sur le graphique ci-dessous.



La tension $u_C(t)$ est

- ☐ identique à la tension $u(t)$
- ☐ un signal continu de valeur $5\ \text{V}$ avec une faible ondulation
- ☐ un signal continu de valeur $0\ \text{V}$ avec une faible ondulation
- ☐ un signal sinusoïdal d'amplitude $1\ \text{V}$ et sans composante continue

Mesure de l'ondulation de la tension $u_C(t)$

Pour mesurer correctement l'ondulation de la tension $u_C(t)$, on aimerait pouvoir choisir un calibre en tension qui permet d'utiliser au maximum la taille de l'écran de l'oscilloscope et augmenter la précision des calculs.

Quelle configuration faut-il choisir pour le **Canal 2 (CH2) – $u_C(t)$** ?

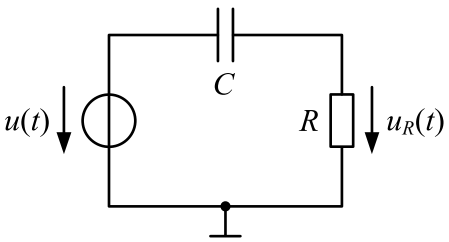
- ☐ Couplage AC **&** GND du canal 2 au milieu de l'écran de l'oscilloscope
- ☐ Couplage DC **&** GND du canal 2 en bas de l'écran de l'oscilloscope

Mesurer l'ondulation de la tension $u_C(t)$ à l'aide du menu **AUTO MEASURE** de l'oscilloscope et afficher **simultanément** les 3 valeurs ci-dessous :

CH2	Crête + (Peak +)	
CH2	Crête – (Peak –)	
CH2	Valeur Moyenne (Mean Value)	

1.4. Annulation de la composante continue d'une tension $u(t) = U_0 + \hat{U}\sin(\omega t)$

Schéma de montage :



$u(t) = U_0 + \hat{U}\sin(2\pi f t)$ (HMF2525)
$R = 10\ \text{k}\Omega$
$C = 10\ \text{nF}$

La tension $u(t)$ fournie par le générateur de fonctions **HMF2525** est un signal sinusoïdal de fréquence $f = 50\ \text{kHz}$, d'amplitude $\hat{U} = 1\ \text{V}$ et de composante continue $U_0 = 5\ \text{V}$.

Indiquer quelle configuration doit-on choisir pour le générateur de fonctions :

Fonction	 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Frequency	
Amplitude	
Offset	

Visualiser les tensions $u(t)$ et $u_R(t)$ à l'oscilloscope.

Utiliser la configuration suivante :

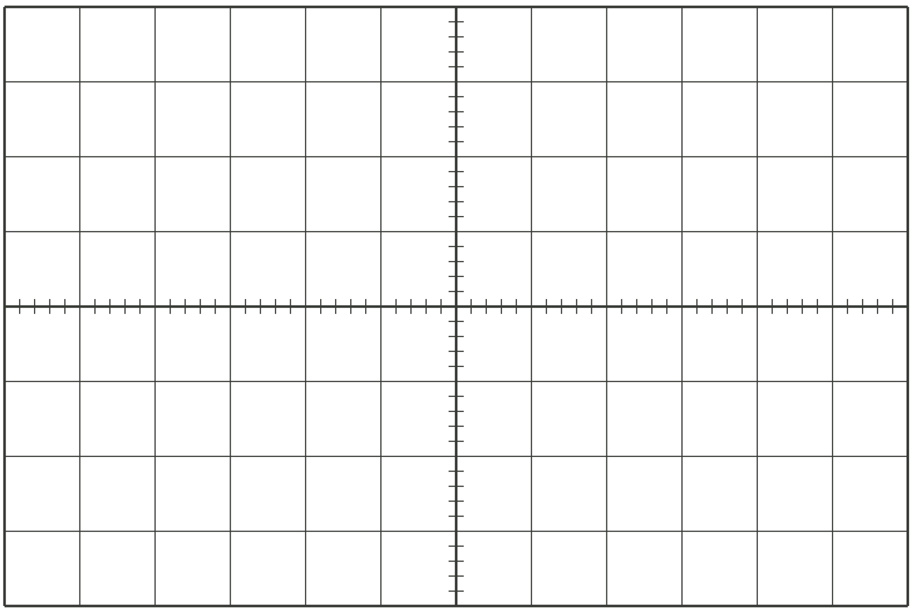
Canal 1 (CH1)	$u(t)$	Couplage : DC	
Canal 2 (CH2)	$u_R(t)$	Couplage : DC	
Base de temps	$10\ \mu s$		
Trigger	SOURCE : $u(t)$ (Canal 1)	LEVEL : $5\ V$	SLOPE : Flanc Montant

Superposer le **GND** des deux courbes.

⚠	Choisir la position des deux courbes et leurs calibres en tension afin d'utiliser au maximum la taille de l'écran de l'oscilloscope et augmenter la précision des calculs.

Choisir les **mêmes calibres en tension** pour les tensions $u(t)$ et $u_R(t)$.

Reproduire les signaux observés sur le graphique ci-dessous.



La tension $u_R(t)$ est

- ☐ identique à la tension $u(t)$
- ☐ un signal continu de valeur $5\ V$ avec une faible ondulation
- ☐ un signal continu de valeur $0\ V$ avec une faible ondulation
- ☐ un signal sinusoïdal d'amplitude $1\ V$ et sans composante continue

Mesure de l'ondulation de la tension $u_R(t)$

Configuration pour mesurer correctement l'ondulation de la tension $u_R(t)$:

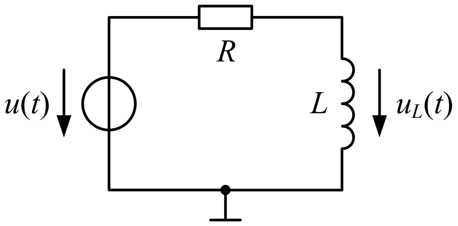
1. Couplage pour le canal 2 de l'oscilloscope : $\boxed{\text{DC}}$
2. Déplacer le **GND** du canal 2 au milieu de l'écran de l'oscilloscope.
3. ⚠ Choisir le calibre en tension pour la tension $u_R(t)$ afin d'utiliser au maximum la taille de l'écran de l'oscilloscope et augmenter la précision des calculs.

Mesurer l'ondulation de la tension $u_R(t)$ à l'aide du menu **AUTO MEASURE** de l'oscilloscope et afficher **simultanément** les 3 valeurs ci-dessous :

CH2	Crête + (Peak +)	
CH2	Crête – (Peak –)	
CH2	Valeur Moyenne (Mean Value)	

2. Inductance en régime sinusoïdal

Schéma de montage :



$u(t) = \hat{U}\sin(2\pi f t)$ (HMF2525)

$R = 1\ \mathrm{k\Omega}$

$L = 10\ \mathrm{mH}$

La tension $u(t)$ fournie par le générateur de fonctions **HMF2525** est un signal sinusoïdal de fréquence $f = 10\ \mathrm{kHz}$ et d'amplitude $\hat{U} = 10\ \mathrm{V}$.

Indiquer quelle configuration doit-on choisir pour le générateur de fonctions :

Fonction	 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Frequency	
Amplitude	
Offset	

2.1. Observation des tensions $u(t)$ et $u_L(t)$

Visualiser les tensions $u(t)$ et $u_L(t)$ à l'oscilloscope.

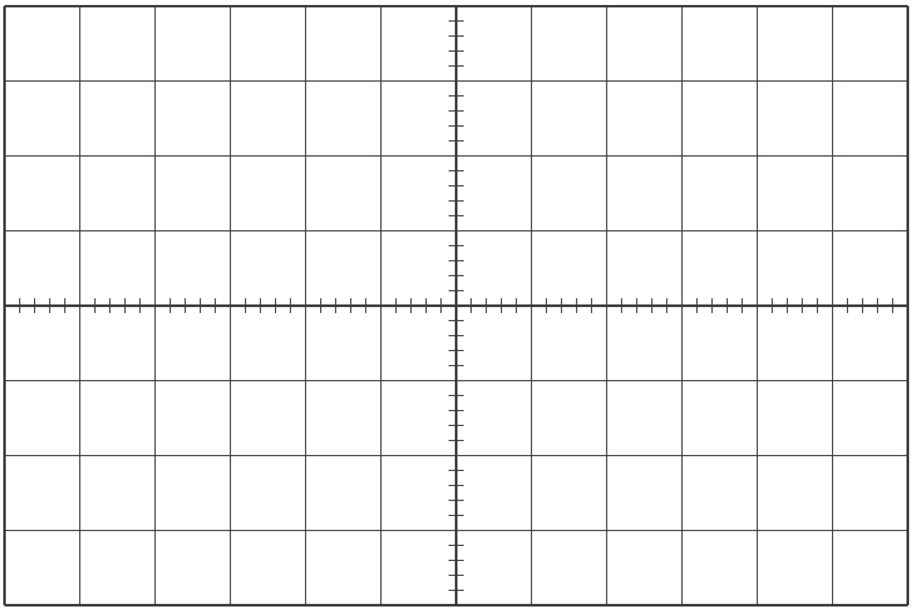
Utiliser la configuration suivante :

Canal 1 (CH1)	$u(t)$	Couplage : AC ou DC	
Canal 2 (CH2)	$u_L(t)$	Couplage : AC ou DC	
Base de temps	$20\ \mu s$		
Trigger	SOURCE : $u(t)$ (Canal 1)	LEVEL : $0\ V$	SLOPE : Flanc Montant

Superposer le **GND** des deux courbes.

Choisir la position des deux courbes et leurs calibres en tension afin d'utiliser au maximum la taille de l'écran de l'oscilloscope et augmenter la précision des calculs.

Reproduire les signaux observés sur le graphique ci-dessous.



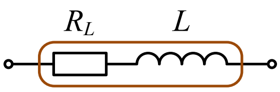
La tension $u_L(t)$ est

- ☐ en avance de phase par rapport à la tension $u(t)$
- ☐ en retard de phase par rapport à la tension $u(t)$

2.2. Comportement fréquentiel

L'inductance possède une **résistance interne** R_L en série qui influence les calculs en particulier pour des **fréquences qui tendent vers** $\mathbf{0}$.

Son schéma équivalent est donné par



L'impédance $\underline{Z}_L$ de l'inductance est alors donnée par

$$\underline{Z}_L = R_L + \mathrm{j}\omega L \qquad (3)$$

Mesurer la résistance interne R_L de l'inductance à l'aide du multimètre **HMC8012**.

⚠	Pour effectuer une mesure correcte, on doit **déconnecter** l'inductance du reste du circuit et ensuite la **connecter** uniquement au multimètre.

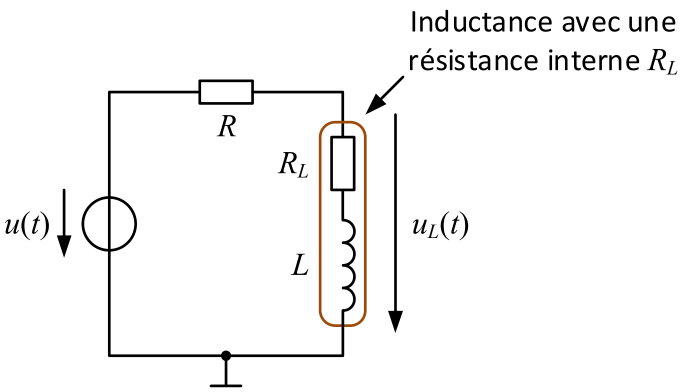
Quelle touche permet-elle de sélectionner la mesure d'une résistance ?

- ☐ **DC I**
- ☐ **Ω**
- ☐ **AC V**

Noter la valeur mesurée

$R_L =$ ....

Le schéma de montage devient



$u(t) = \hat{U}\sin(2\pi f t)$ (HMF2525)

$R = 1\ \mathrm{k\Omega}$

$L = 10\ \mathrm{mH}$

La relation qui exprime la valeur de crête $\hat{U}_L$ de la tension $u_L(t)$ en fonction de la pulsation ω est donnée par (voir Annexe A.2)

$$\hat{U}_L = \frac{\sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{(R+R_L)^2 + (\omega L)^2}} \hat{U} \tag{4}$$

Avec

$$\omega = 2\pi f \tag{5}$$

Comment varie la valeur de crête $\hat{U}_L$ en fonction de la fréquence f ?

- ☐ Si la fréquence f augmente, la valeur de crête $\hat{U}_L$ diminue
- ☐ La fréquence f n'a aucune influence sur la valeur de crête $\hat{U}_L$
- ☐ Si la fréquence f augmente, la valeur de crête $\hat{U}_L$ augmente

Dans quel cas, l’inductance idéale ($R_L = 0$) se comporte-t-elle comme :

- Un court-circuit ?
  - ☐ $f \to 0$
  - ☐ $f \to \infty$
- Un circuit ouvert ?
  - ☐ $f \to 0$
  - ☐ $f \to \infty$

Travail à effectuer :

Faire varier la fréquence f et étudier l'évolution de la valeur de crête $\hat{U}_L$ de la tension $u_L(t)$ à l'aide du menu **AUTO MEASURE** de l'oscilloscope.

Noter la configuration choisie dans le tableau suivant :

PLACE MESURE (MEAS. PLACE)	
MESURE 1 (MEASURE 1)	
TYPE	
SOURCE	

Utiliser la séquence :

100 Hz	1 kHz	2 kHz	5 kHz	10 kHz	20 kHz	50 kHz	100 kHz

Pour chaque fréquence :

1. Calculer la valeur de crête $\hat{U}_L$ à l'aide de la relation (4).
2. Choisir le calibre de la base de temps et le calibre de la tension $u_L(t)$ afin d'utiliser au maximum la taille de l'écran de l'oscilloscope et augmenter la précision des calculs.
3. Mesurer la valeur de crête $\hat{U}_L$.

Reporter les valeurs dans le tableau ci-dessous.

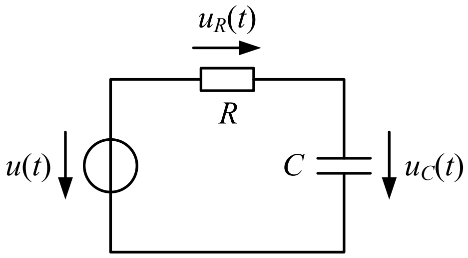
f [Hz]	$\hat{U}_L$ calculée [V]	$\hat{U}_L$ mesurée [V]
100		
1 k		
2 k		
5 k		
10 k		
20 k		
50 k		
100 k		

La valeur de crête $\hat{U}_L$ de la tension $u_L(t)$ montre un affaiblissement par rapport à la valeur de crête $\hat{U}$ de la tension $u(t)$ en fonction de la fréquence f.

Cette propriété est exploitée pour réaliser des filtres électriques.

ANNEXE

A.1 Calcul de la valeur de crête $\hat{U}_C$



$$u(t) = \hat{U}\sin(2\pi f t)$$

Le calcul de $\hat{U}_C$ en fonction de la fréquence f est basé sur le calcul complexe.

Impédances :

$$\underline{Z}_R = R \qquad \underline{Z}_C = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} \tag{6}$$

Diviseur de tension :

$$\underline{U}_C = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C}\underline{U} \tag{7}$$

Pour simplifier les calculs, on suppose que $\underline{U}$ est réel, donc $\underline{U} = U$.

La relation (7) devient

$$\underline{U}_C = \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}U = \frac{1}{1+\mathrm{j}\omega RC}U \tag{8}$$

La relation suivante permet de calculer le module d'un nombre complexe $\underline{z}$

$$\underline{z} = \frac{a+\mathrm{j}b}{c+\mathrm{j}d} \qquad \Rightarrow \qquad z = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{c^2+d^2}} \tag{9}$$

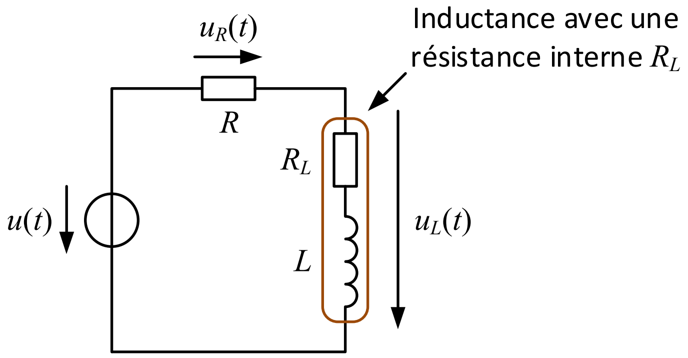
À l'aide des relations (8) et (9), on obtient pour le module de $\underline{U}_C$

$$U_C = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}U \tag{10}$$

La relation pour calculer $\hat{U}_C$ est enfin donnée par

$$\hat{U}_C = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\hat{U} \tag{11}$$

A.2 Calcul de la valeur de crête $\hat{U}_L$



$$u(t) = \hat{U}\sin(2\pi f t)$$

Le calcul de $\hat{U}_L$ en fonction de la fréquence f est basé sur le calcul complexe.

Impédances :

$$\underline{Z}_R = R$$
$$\underline{Z}_L = R_L + \mathrm{j}\omega L \tag{12}$$

Diviseur de tension :

$$\underline{U}_L = \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_L}\underline{U} \tag{13}$$

Pour simplifier les calculs, on suppose que $\underline{U}$ est réel, donc $\underline{U} = U$.

La relation (13) devient

$$\underline{U}_L = \frac{R_L + \mathrm{j}\omega L}{R + R_L + \mathrm{j}\omega L}U \tag{14}$$

La relation suivante permet de calculer le module d'un nombre complexe $\underline{z}$

$$\underline{z} = \frac{a + \mathrm{j}b}{c + \mathrm{j}d} \qquad \Rightarrow \qquad z = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{c^2 + d^2}} \tag{15}$$

À l'aide des relations (14) et (15), on obtient pour le module de $\underline{U}_L$

$$U_L = \frac{\sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{(R + R_L)^2 + (\omega L)^2}}U \tag{16}$$

La relation pour calculer $\hat{U}_L$ est enfin donnée par

$$\hat{U}_L = \frac{\sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{(R + R_L)^2 + (\omega L)^2}}\hat{U} \tag{17}$$