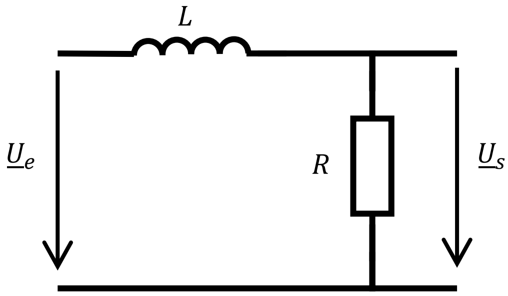
Dr. Christian Lafforgue / Photonic Systems Laboratory

Sciences et technologies de l'électricité – Série 6

Exercice 1 :

On considère le quadripôle suivant :



1) Montrer que :

$$\underline{U}_s = \frac{R}{R + jL\omega}\underline{U}_e$$

2) En déduire la fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \underline{U}_s(\omega)/\underline{U}(\omega)$ et la mettre sous la forme :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{K}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$$

En explicitant K et ω_0 en fonction de R et L.

3) La pulsation de coupure ω_c est définie comme la pulsation à laquelle $|\underline{H}(\omega_c)| = 1/\sqrt{2}$. Démontrer que $\omega_c = \omega_0$.

4) Exprimer le gain en décibel $G(\omega)$ correspondant à $\underline{H}(\omega)$.

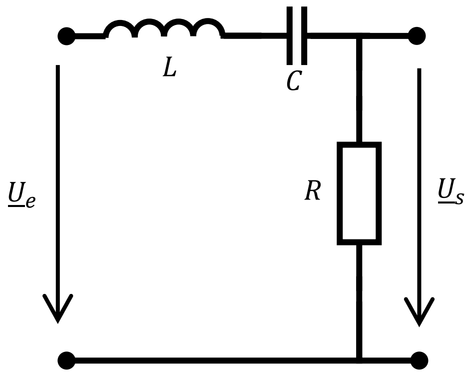
5) Que vaut $G(\omega_c)$ arrondi à l'unité près ?

6) En suivant la procédure explicitée dans le cours, tracer le diagramme asymptotique de $G(\omega)$ sur les feuilles données en annexe (tracer l'asymptote pour $\omega \ll \omega_0$ et l'asymptote pour $\omega \gg \omega_0$) pour $R = 70\ \Omega$ et $L = 35$ mH.

7) Sur le même graphe, tracer approximativement la courbe réelle de $G(\omega)$ (vous pouvez par exemple reporter le point $[\omega_c; G(\omega_c)]$ sur le graphe pour vous aider).

Exercice 2 :

Soit le circuit quadripôle suivant :



1) Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut s'écrire :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)}$$

2) Calculer $\lim_{\omega \to 0} |\underline{H}(\omega)|$ et $\lim_{\omega \to +\infty} |\underline{H}(\omega)|$

3) On pose $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Calculer $|\underline{H}(\omega_0)|$. De quel type de filtre s'agit-il ?

4) Montrer que la fonction de transfert peut se réécrire sous la forme :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{jK\omega}{1 + \frac{j2m}{\omega_0}\omega - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Et expliciter K et m en fonction des éléments du circuit.

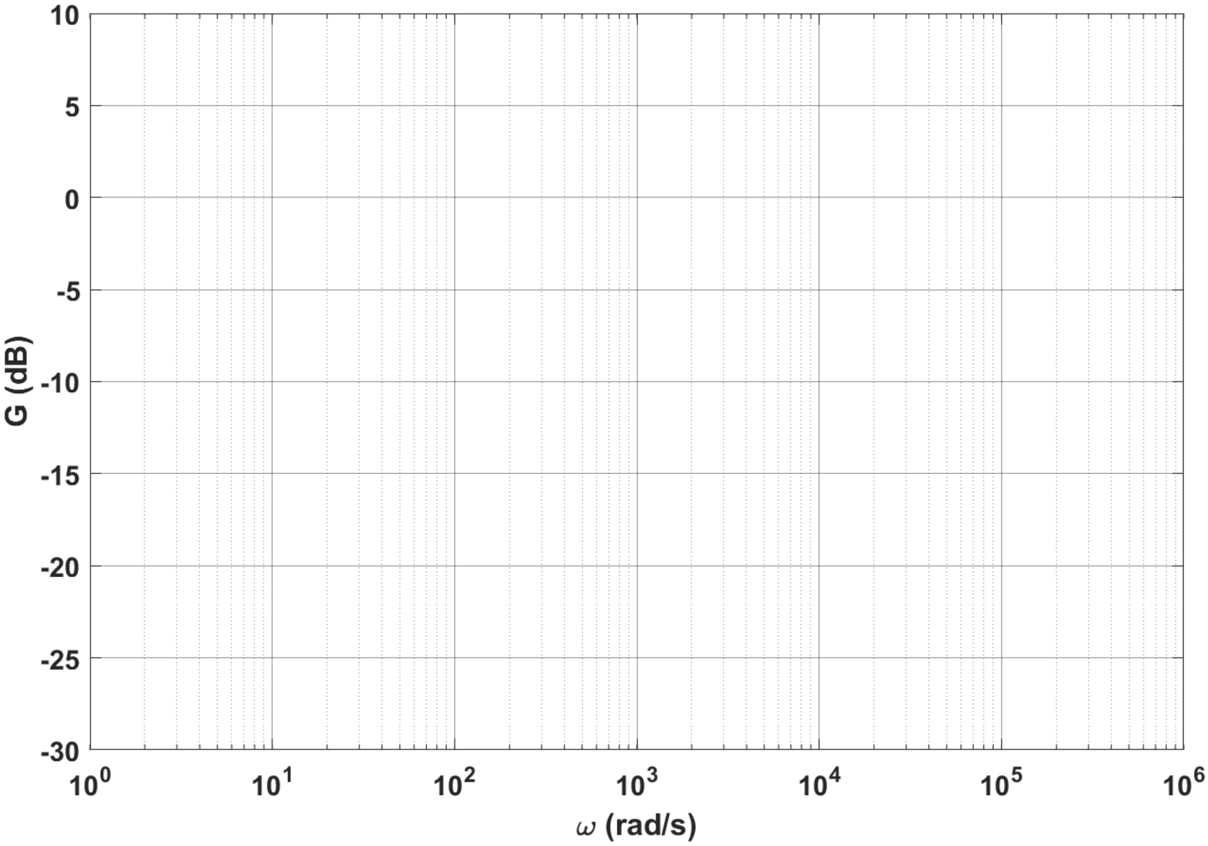
5) Application numérique : exprimer $\underline{H}(\omega)$ avec $R = 157\ \Omega$; $C = 1\ \mu\mathrm{F}$; $L = 2\ \mathrm{mH}$.

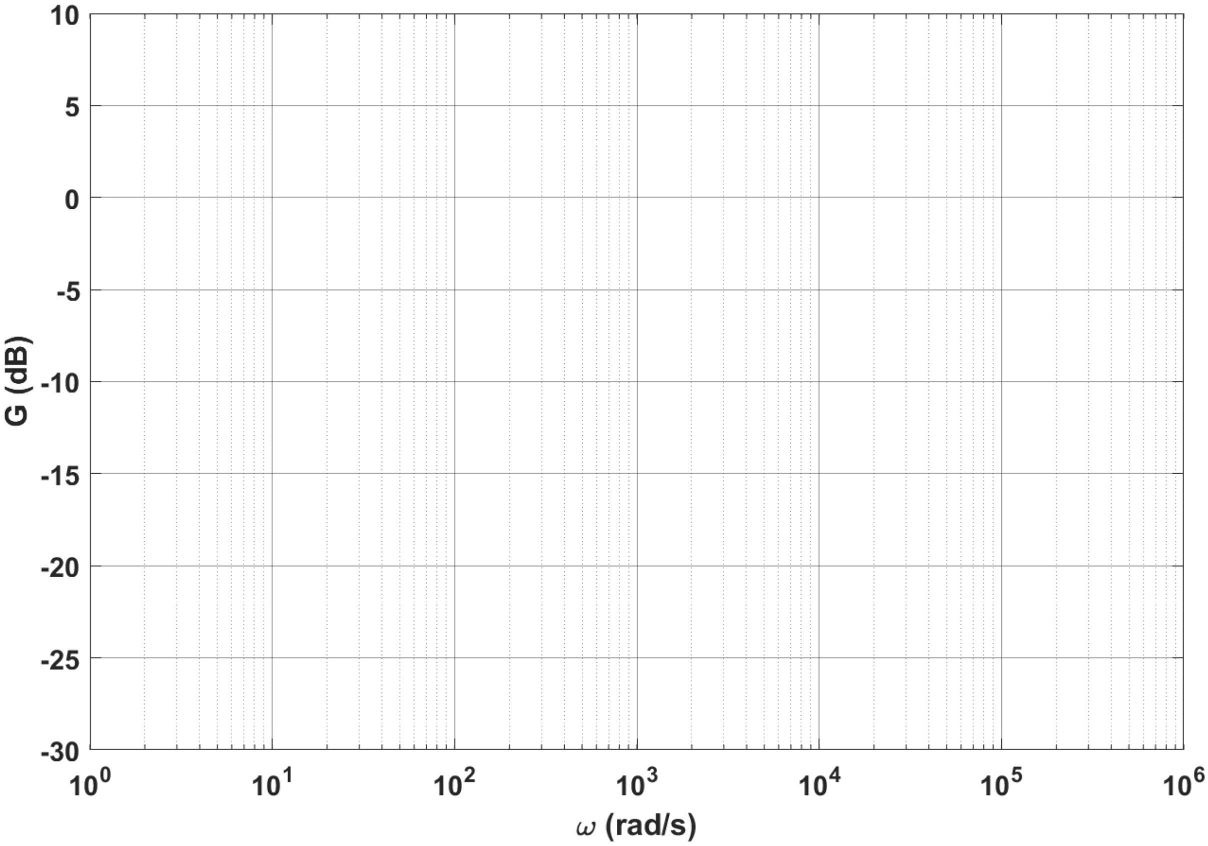
6) Vérifier que l'expression suivante est correcte :

$$\underline{H}(\omega) \simeq \frac{j\frac{\omega}{6.37 \cdot 10^3}}{\left(1 + j\frac{\omega}{7 \cdot 10^3}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{7 \cdot 10^4}\right)}$$

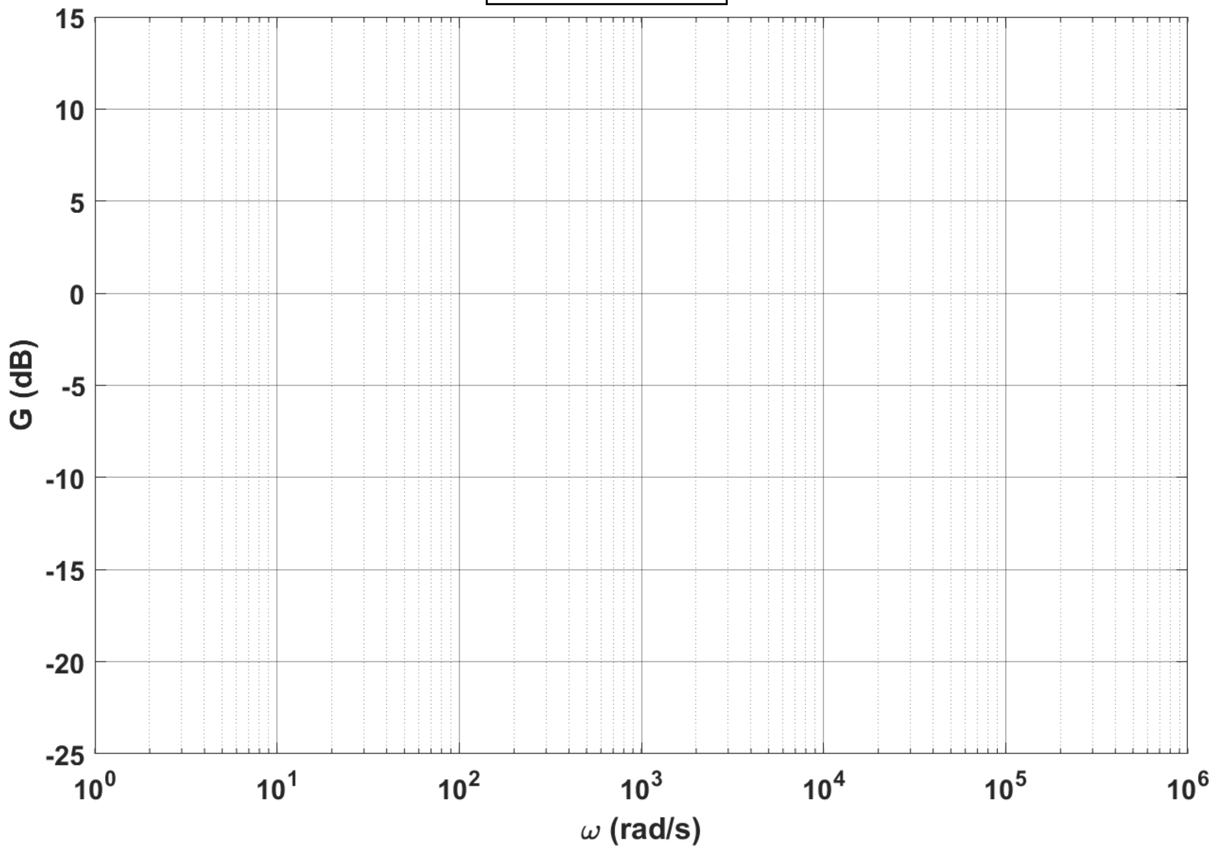
7) Tracer sur les feuilles en annexe le diagramme asymptotique du gain en décibel correspondant à la fonction de transfert de la question précédente. Pour cela, penser à décomposer le tracé en plusieurs formes remarquables.

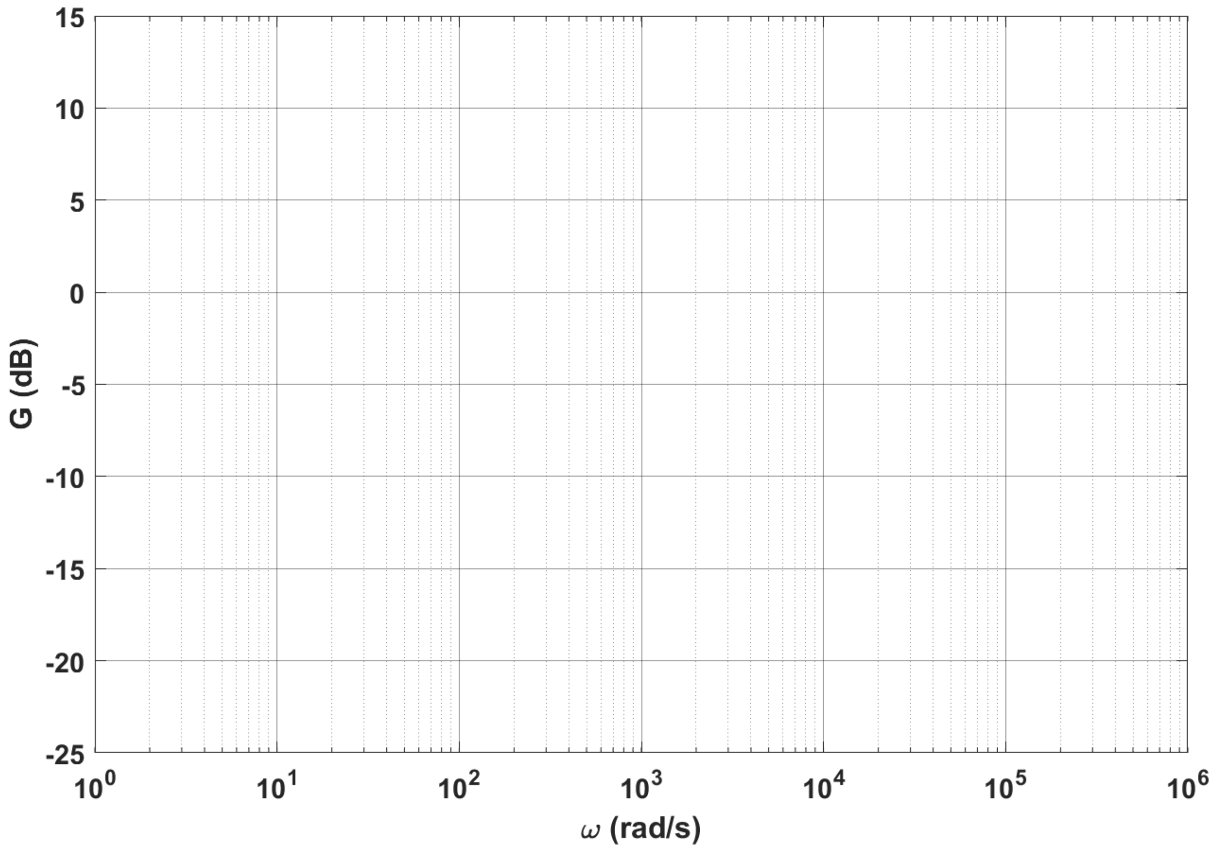
Tracé exercice 1



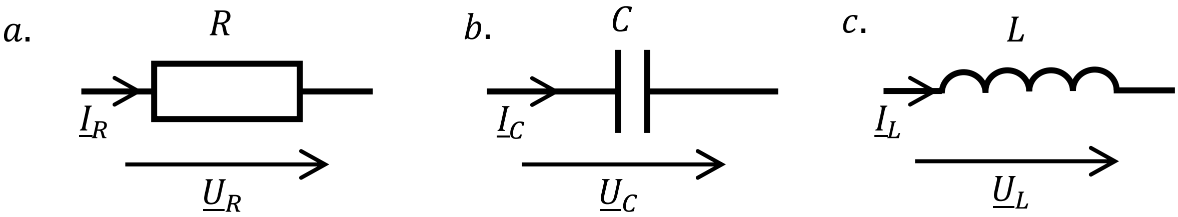


Tracé exercice 2





Exercice 3 :



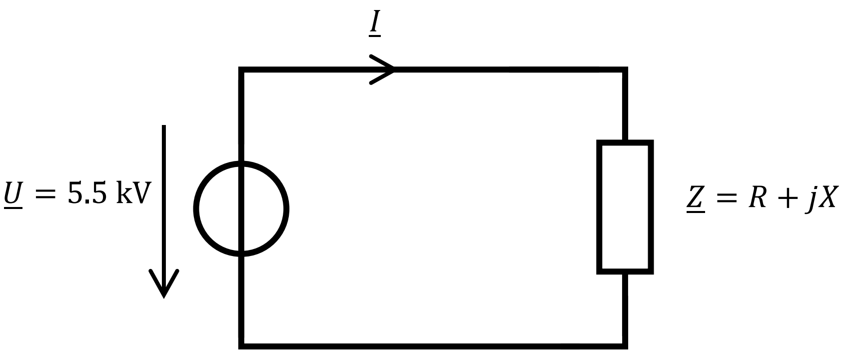
1) Rappeler la relation entre puissance complexe, courant efficace et impédance. Même question avec la tension efficace.

2) Pour les 3 cas ci-dessus, exprimer la puissance complexe, la puissance active et la puissance réactive en fonction du courant efficace puis en fonction de la tension efficace.

Exercice 4 :

Une usine est alimentée par le réseau 5.5 kV, 50 Hz. Elle consomme une puissance active de 120 kW et a un facteur de puissance de 0,85.

On modélise l'installation par une impédance $\underline{Z} = R + jX$.



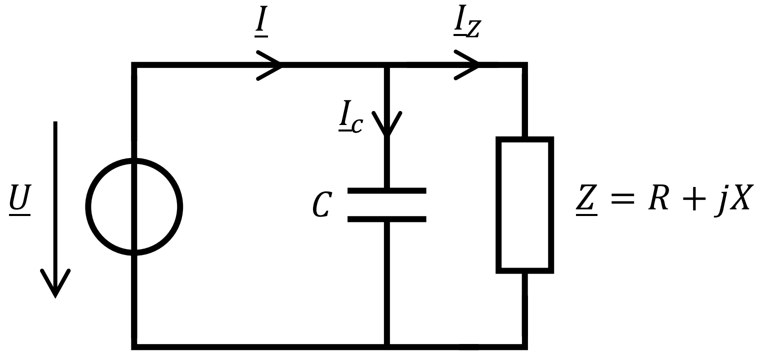
1) A partir des données de l'énoncé, calculer I.

2) A partir de la réponse précédente et de la puissance active, montrer que $R \simeq 182\ \Omega$.

3) On fait l'hypothèse que le déphasage ϕ de $\underline{U}$ par rapport à $\underline{I}$ est positif. A partir du facteur de puissance, déterminer ϕ puis la puissance réactive associée à $\underline{Z}$.

4) Exprimer la puissance réactive en fonction de X et de I. En déduire que $X \simeq 113\ \Omega$.

5) On souhaite annuler la puissance réactive causée par l'usine. Pour cela, on place un condensateur aux bornes de l'installation, comme représenté ci-dessous :



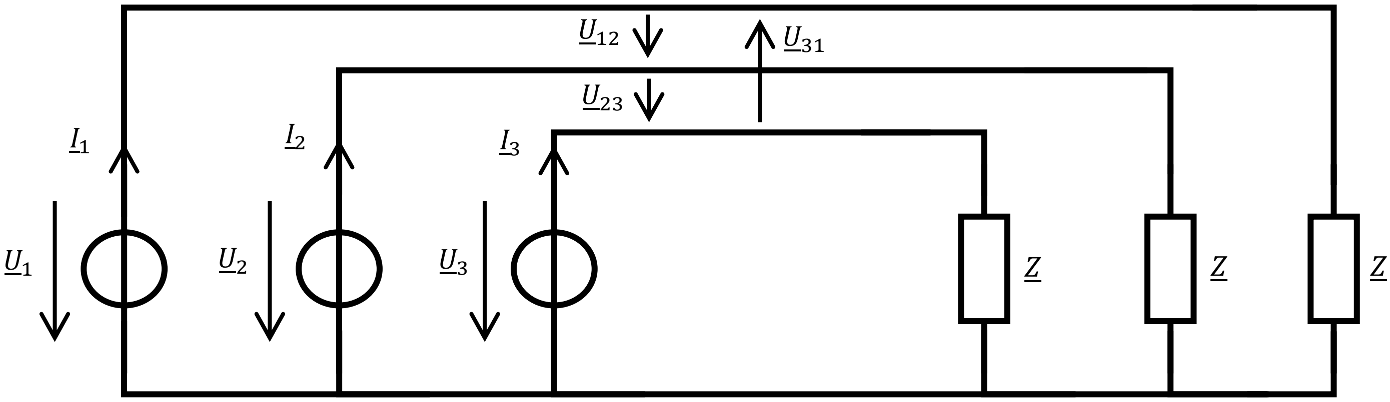
En utilisant la loi des nœuds, exprimer sous forme algébrique la puissance complexe de l'ensemble formé de l'usine et du condensateur en fonction de U, R, X, C et ω.
En déduire l'expression de la puissance réactive totale et montrer que $C \simeq 7.84\ \mu\mathrm{F}$ permet d'annuler la puissance réactive.
La puissance active est-elle modifiée par l'ajout du condensateur ?

6) Exprimer $\underline{I}$ sous forme algébrique en fonction des grandeurs du circuit.

7) Dans le cas où la puissance réactive est annulée par le condensateur, calculer la valeur de I et la comparer à la valeur trouvée à la question 1). Quel impact cela a-t-il sur le réseau de distribution arrivant à l'usine ? (aide : penser à l'effet Joule)

Exercice 5 :

On considère le système triphasé suivant :



$$\underline{U}_1 = U \qquad \underline{I}_1 = Ie^{-j\phi}$$

$$\underline{U}_2 = Ue^{-j\frac{2\pi}{3}} \qquad \underline{I}_2 = Ie^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\phi\right)}$$

$$\underline{U}_3 = Ue^{-j\frac{4\pi}{3}} \qquad \underline{I}_3 = Ie^{-j\left(\frac{4\pi}{3}+\phi\right)}$$

1) Montrer que :

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3}\underline{U}_1 e^{j\frac{\pi}{6}}$$

2) A partir des phaseurs de tension et courant donnés, exprimer les tensions et courants instantanés, puis les puissances instantanées $p_1(t),\ p_2(t),\ p_3(t)$ aux bornes de chaque impédance.

3) Mettre chaque puissance instantanée sous la forme d'une composante pulsée plus une composante alternative. Pour cela, utiliser les identités trigonométriques suivantes :

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

4) La puissance totale $p(t)$ est la somme des 3 puissances individuelles $p_1(t),\ p_2(t),\ p_3(t)$. Démontrer la formule suivante :

$$p(t) = 3UI\cos(\phi)$$

Aide : utiliser les identités trigonométriques de $\cos(a-b)$ et $\sin(a-b)$