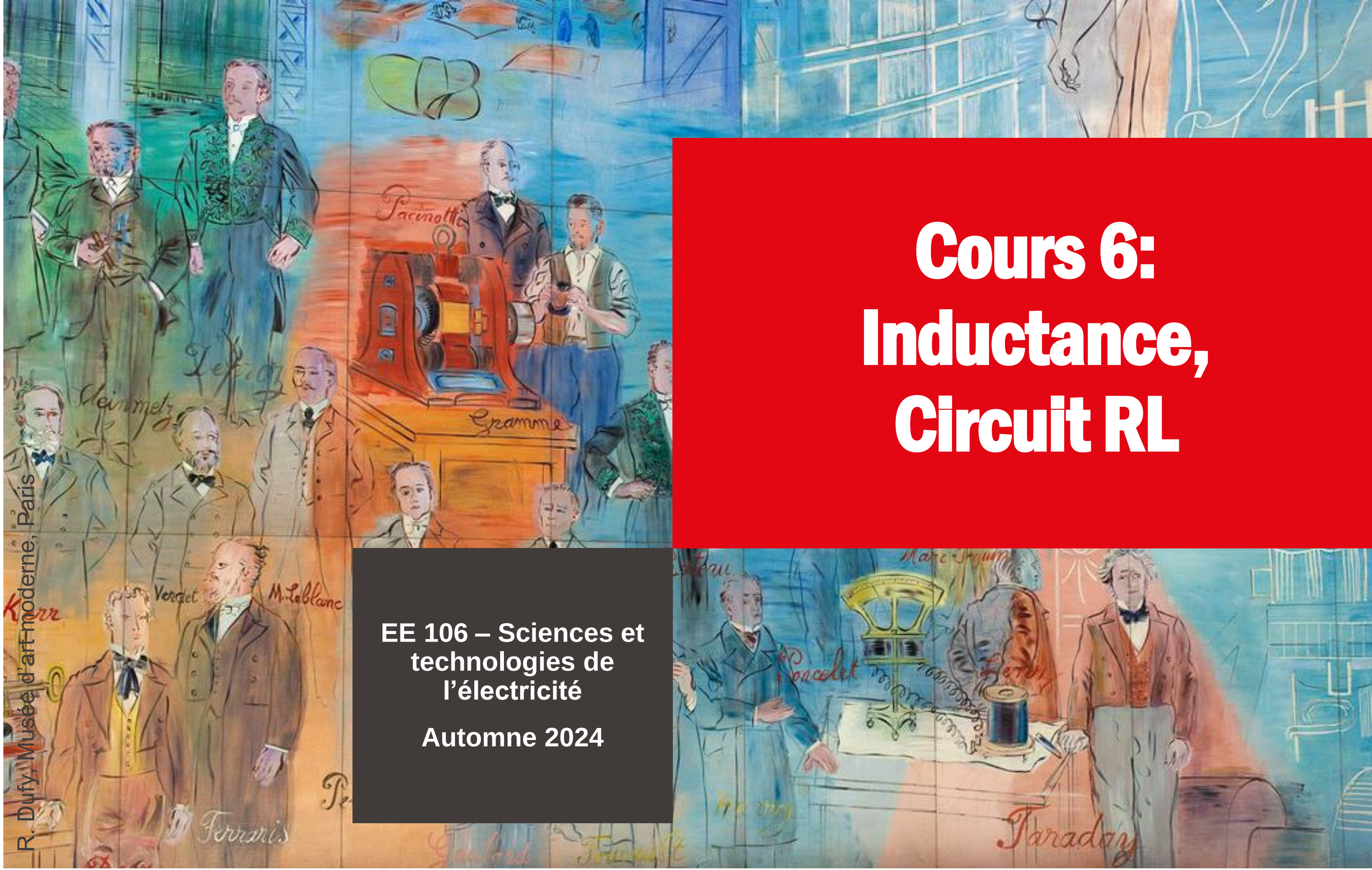
EPFL



R. Dufy, Musée d'art moderne, Paris

Cours 6: Inductance, Circuit RL

EE 106 – Sciences et technologies de l'électricité

Automne 2024

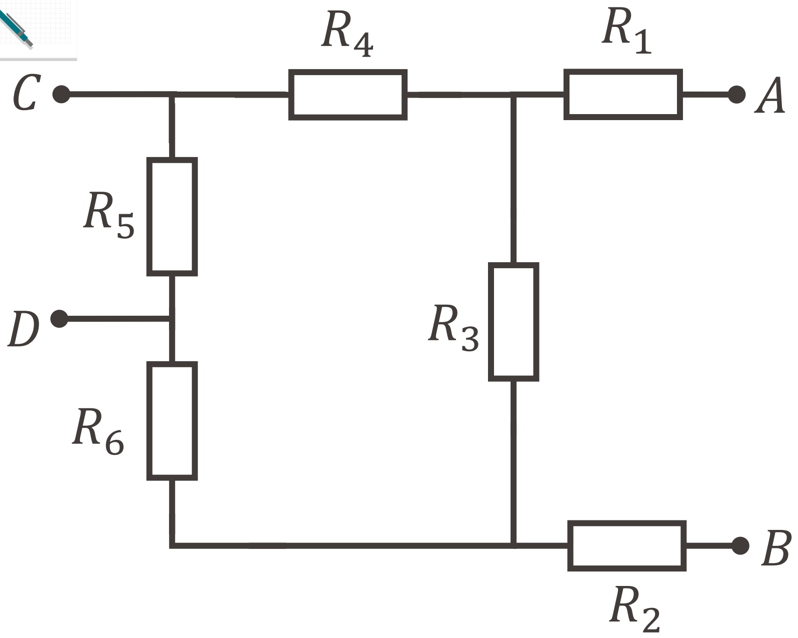
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

Dr. Christian Lafforgue – christian.lafforgue@epfl.ch

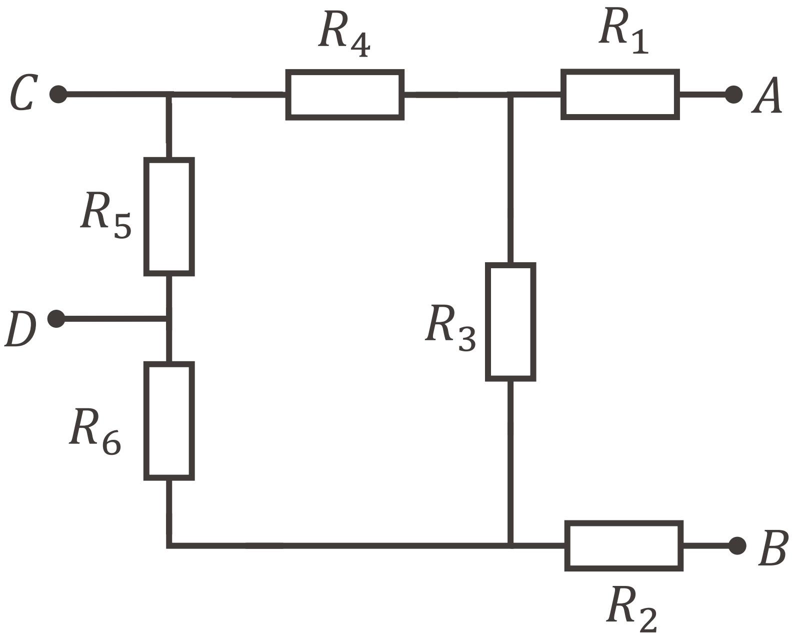
C. Lafforgue

Rappels

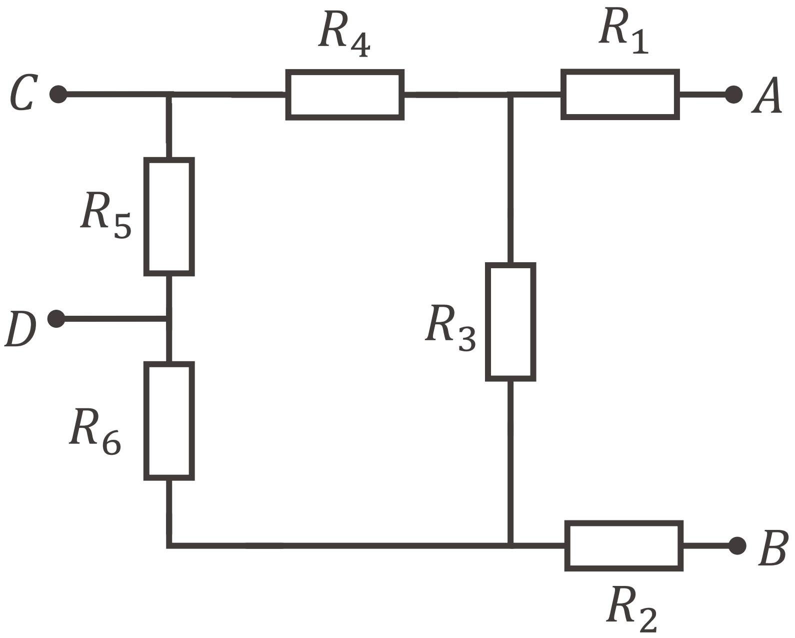
- Rappels – Résistance équivalente



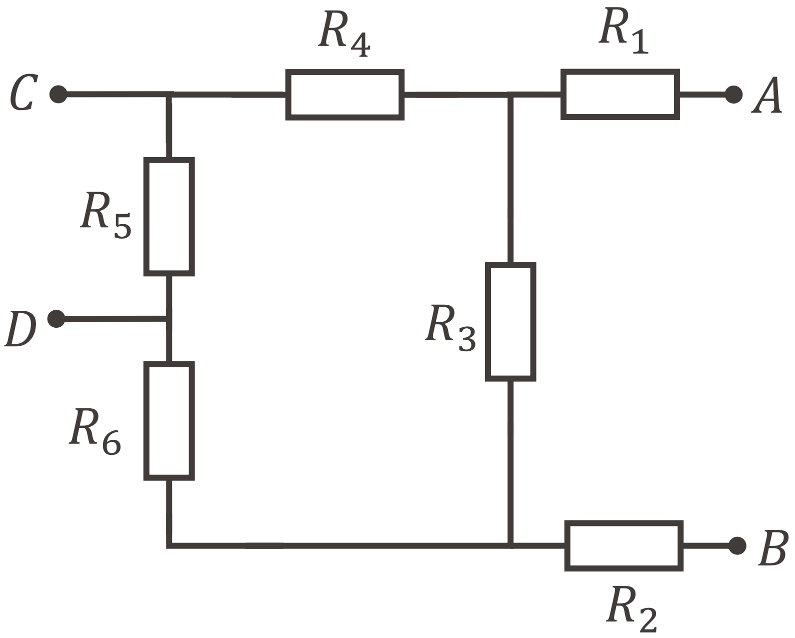
- Rappels – Résistance équivalente



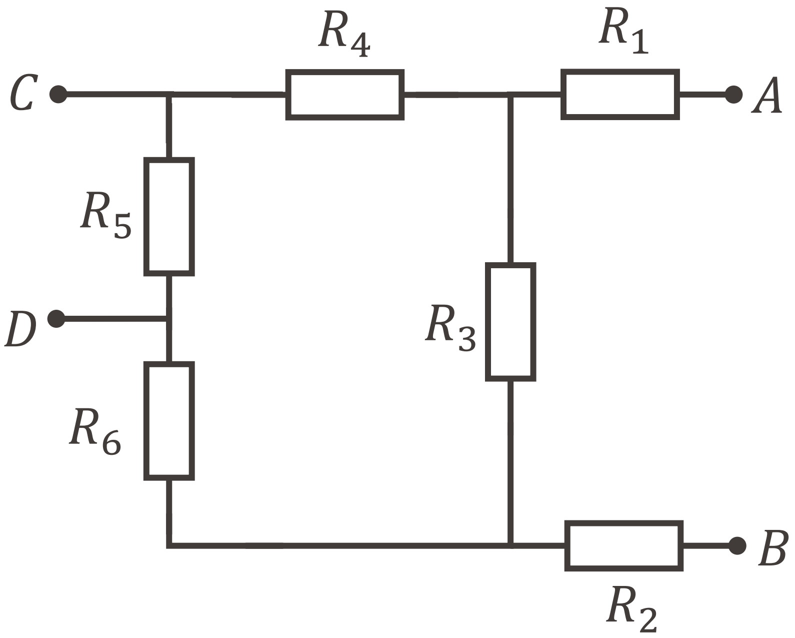
- Rappels – Résistance équivalente



- Rappels – Résistance équivalente

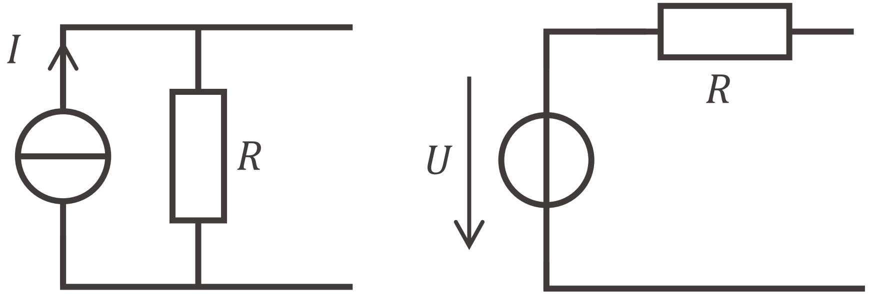


- Rappels – Résistance équivalente



C. Lafforgue

- Rappels - Que doit valoir I pour que les deux circuits soient équivalents?



A. $I = -\frac{U}{R}$

B. $I = \frac{U}{R}$

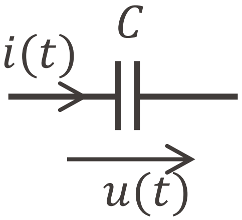
C. $I = -RU$

D. $I = RU$

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

C. Lafforgue

- Rappels – Quelle est la caractéristique d’un condensateur?



A. $u = \frac{1}{C}\frac{di}{dt}$

B. $u = C\frac{di}{dt}$

C. $i = C\frac{du}{dt}$

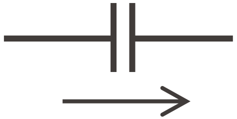
D. $i = \frac{1}{C}\frac{du}{dt}$

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

C. Lafforgue

- Rappels – Que vaut l'énergie accumulée dans le condensateur?

$C = 270\ \mu\mathrm{F}$



$U = 12\ \mathrm{V}$

A. $1.6\ \mathrm{mJ}$

B. $19.4\ \mathrm{mJ}$

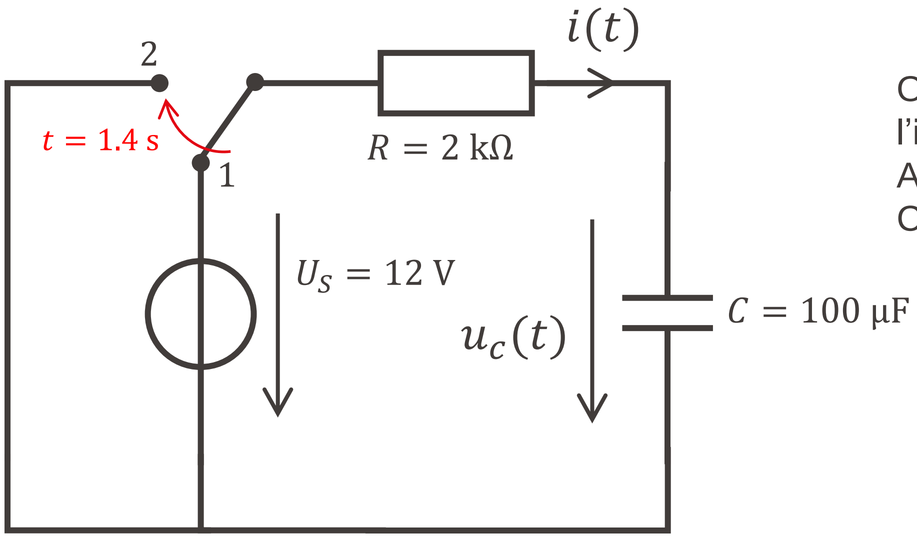
C. $0.44\ \mu\mathrm{J}$

D. $38.9\ \mathrm{mJ}$

E. $135\ \mu\mathrm{J}$

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

Circuit RC – exemple



On considère le condensateur initialement déchargé et l'interrupteur est en position 1.
A $t = 1.4\ s$, on bascule l'interrupteur en position 2.
Calculons $u_c(t)$ et $i(t)$

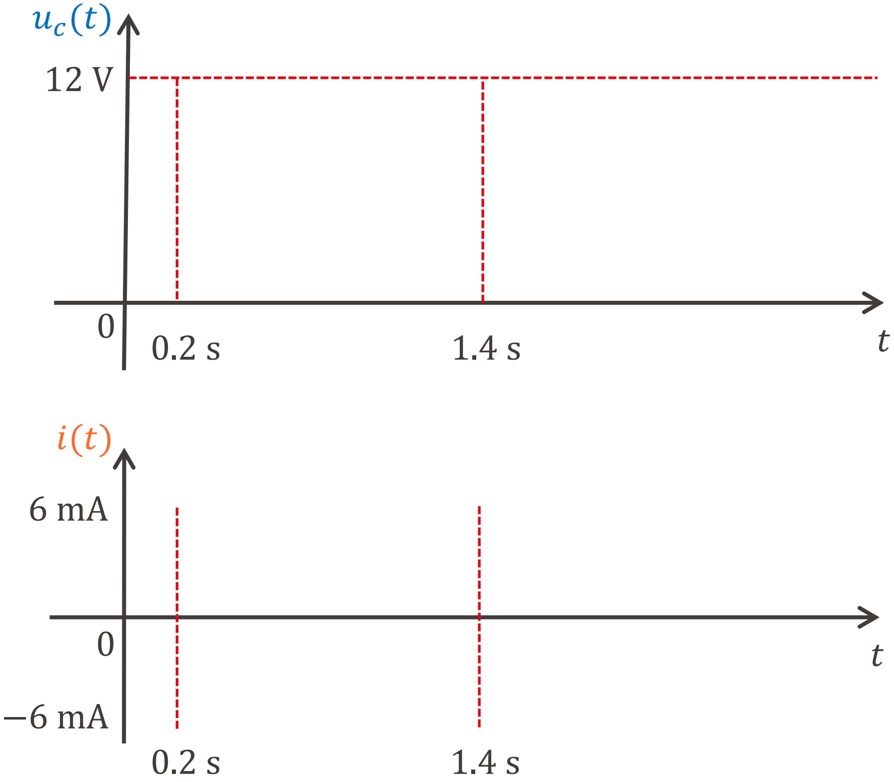
Circuit RC – exemple

Circuit RC – exemple

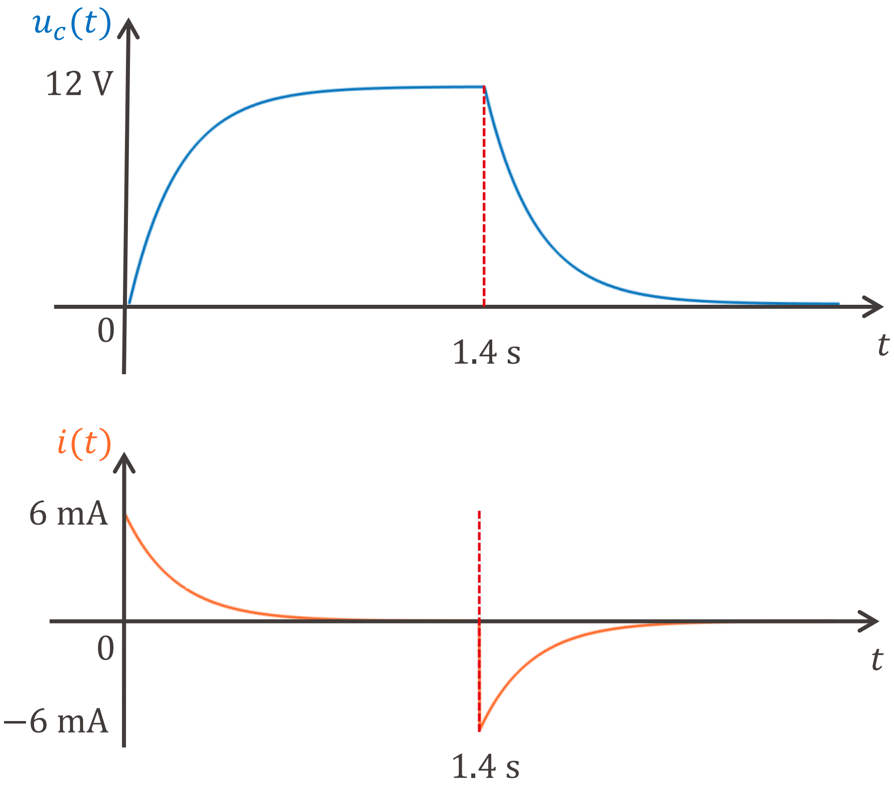
Circuit RC – exemple

C. Lafforgue

Circuit RC – exemple



Circuit RC – exemple



Points clés

- Dans un circuit RC, le condensateur peut se charger ou se décharger avec une constante de temps donnée par:

$$\boxed{\tau = RC}$$

- La solution transitoire d'un circuit RC est de type exponentielle.

- Une condition initiale est nécessaire pour définir la solution du problème.

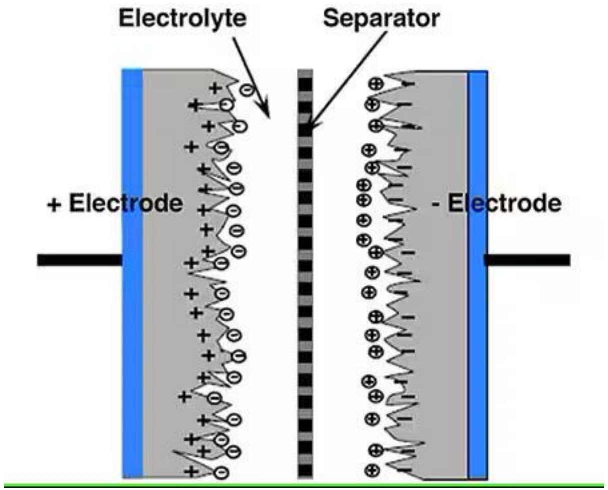
- Dans un circuit RC série, le cycle de charge d'un condensateur initialement déchargé est de la forme:

$$\boxed{u_c(t) = U_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Pour aller plus loin

- Aujourd’hui, il existe des condensateurs particuliers utilisés pour des applications nécessitant de fortes densités de puissance et d’énergie
  - Recharge rapide de véhicules électriques
  - Démarrage de moteurs
  - …
- Il s’agit des supercondensateurs
  - Délivrent plus de courant que les condensateurs conventionnels
  - Plus grande durée de vie que les batteries
  - Charges/décharges rapides comparativement aux batteries
- Ils ont des capacités entre le F et le kF!

Pour aller plus loin

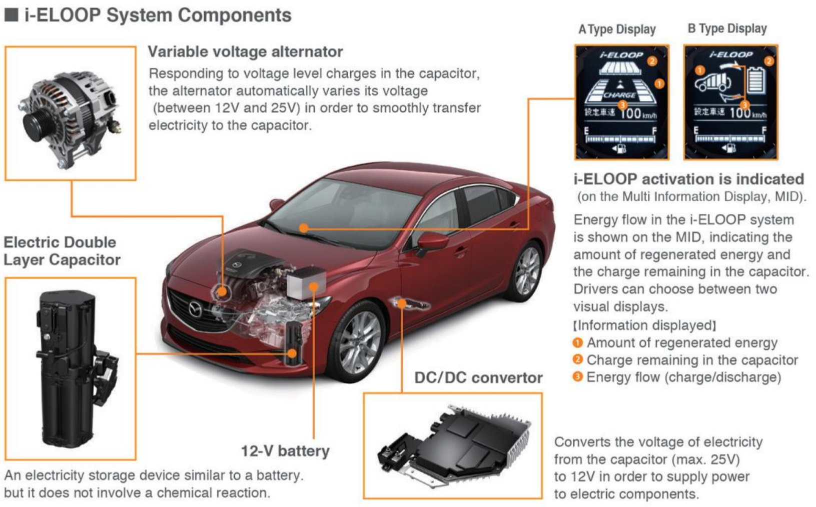


Pour aller plus loin

- Utilisés pour des recharges rapides
  - Exemple: système de recharge rapide pour bus électriques TOSA à Genève

Pour aller plus loin

- Utilisés pour récupérer de l'énergie lors de freinages
  - Exemple: système de récupération pour fonctions « start & stop » (i-ELOOP Mazda)
  - Exemple: alimentation ponctuelle d'excavatrice (6120B H FS Cat)



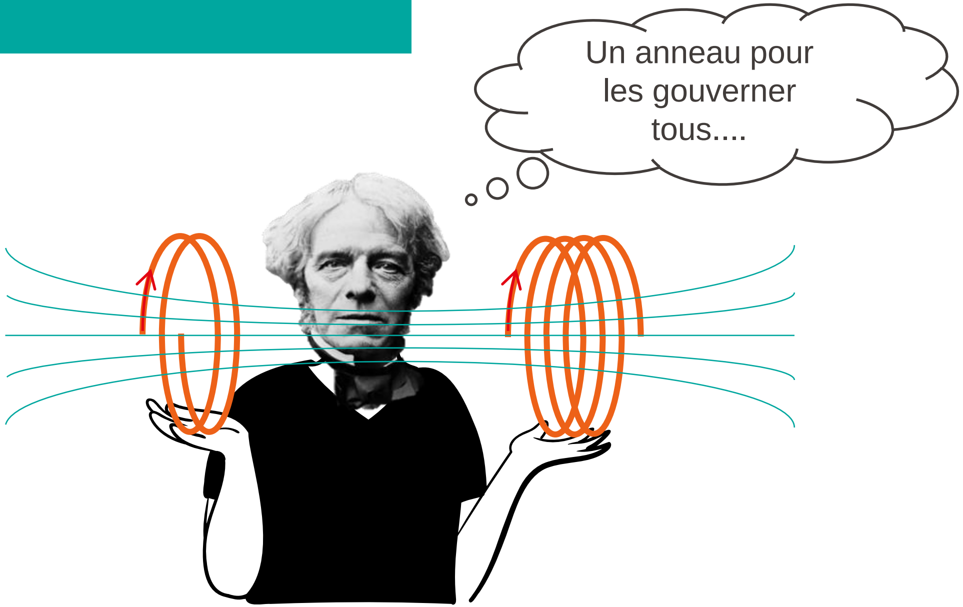
Merci pour votre attention

R. Dufy, « La fée électricité »
Musée d'art moderne, Paris

Objectifs

- Décrire le comportement d’une inductance
- Déterminer la relation courant-tension d’une inductance
- Etudier un circuit en régime transitoire

Les inductances



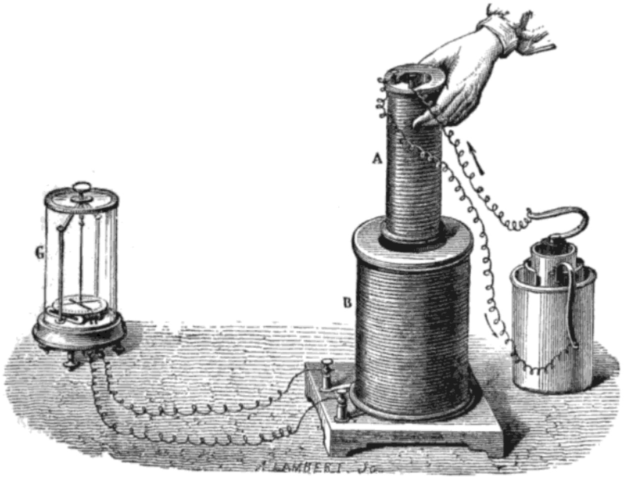
L’inductance

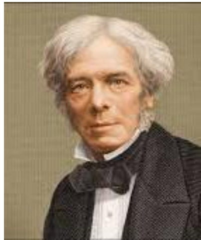
Symbole	Signification	Grandeur	Unité
	Inductance, bobine	L (inductance)	henry (H)

- L’inductance est un composant de base utilisé pour:
  - Le stockage d’énergie
  - Le filtrage de signaux parasites
  - La protection de systèmes électriques sensibles
  - …
- C’est un dipôle passif

L’induction magnétique

- 1831: Michael Faraday découvre l’induction magnétique
- Il enroule deux conducteurs sur un barreau de fer: lorsqu’un des conducteurs est traversé par un courant, un courant apparait momentanément dans le deuxième conducteur



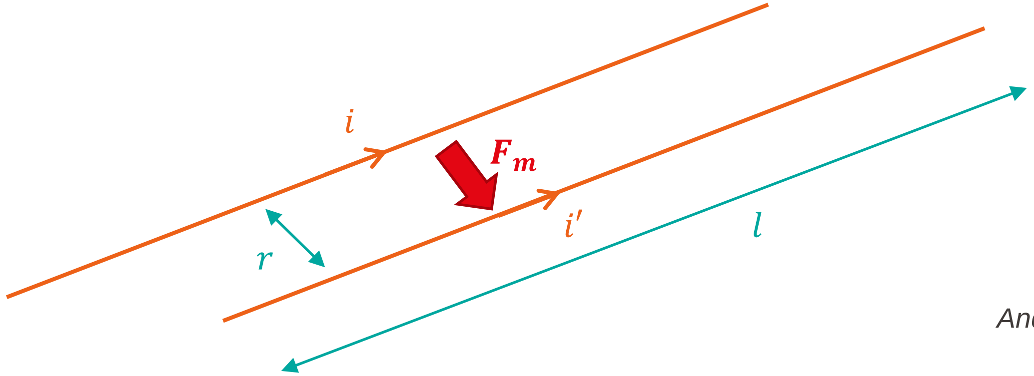


Michael Faraday
1791-1867
Physicien anglais

L'induction magnétique

- Des charges en mouvements génèrent un champ magnétique
  - Courant dans un conducteur → bobines de fil
  - Électrons et protons à l'échelle atomique → aimants permanents

- Les interactions magnétiques donnent lieu à une force
  - Expérience d'Ampère: deux conducteurs parallèles de longueur l, séparés par une distance r, chacun traversé par un courant i et i'

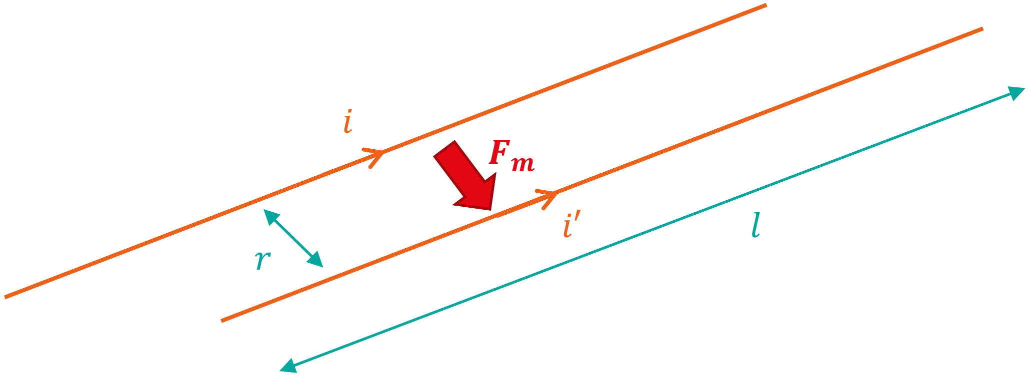


André-Marie Ampère
1775-1836
Physicien français

C. Lafforgue

L'induction magnétique

- Les interactions magnétiques donnent lieu à une force
  - Expérience d'Ampère: deux conducteurs parallèles de longueur l, séparés par une distance r, chacun traversé par un courant i et i'



  - La force dépend des courants, de la géométrie et du milieu

$$\boxed{|\boldsymbol{F_m}| = \frac{\mu i i' l}{2\pi r}}$$

André-Marie Ampère
1775-1836
Physicien français

L'induction magnétique

- Les interactions magnétiques donnent lieu à une force
  - Expérience d'Ampère: deux conducteurs parallèles de longueur l, séparés par une distance r, chacun traversé par un courant i et i'
  - La force dépend des courants, de la géométrie et du milieu

$$\boxed{|\boldsymbol{F_m}| = \frac{\boldsymbol{\mu i i' l}}{\boldsymbol{2\pi r}}}$$

  - μ est la perméabilité magnétique du milieu, exprimée en H/m
  - Similairement à la perméabilité diélectrique, elle s'écrit:

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

  - μ_0 est la perméabilité magnétique du vide ($\simeq 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$)
  - μ_r est la perméabilité relative du milieu (sans unité)

L'induction magnétique

- Les interactions magnétiques donnent lieu à une force
  - Expérience d'Ampère: deux conducteurs parallèles de longueur l, séparés par une distance r, chacun traversé par un courant i et i'
  - La force dépend des courants, de la géométrie et du milieu

$$\boxed{|\boldsymbol{F_m}| = \frac{\boldsymbol{\mu i i' l}}{\boldsymbol{2\pi r}}}$$

L'induction magnétique

- Le champ d'induction magnétique caractérise l'interaction d'un courant i avec un autre courant i' parcourant un conducteur de longueur l

Perméabilité magnétique

courant

$$\boxed{\left|\vec{B}\right| = \frac{F_m}{i'l} = \frac{\mu i}{2\pi r}}$$

Unité: tesla (T)

Champ d'induction magnétique

distance

L'induction magnétique

C. Lafforgue

- Le champ d'induction magnétique caractérise l'interaction d'un courant i avec un autre courant i' parcourant un conducteur de longueur l

Perméabilité magnétique

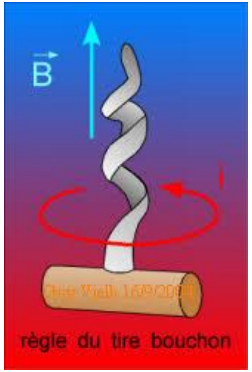
courant

$$\boxed{\left|\vec{B}\right| = \frac{F_m}{i'l} = \frac{\mu i}{2\pi r}}$$

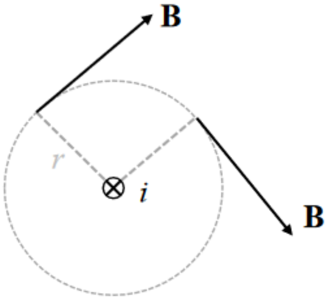
Champ d'induction magnétique

distance

Unité: tesla (T)



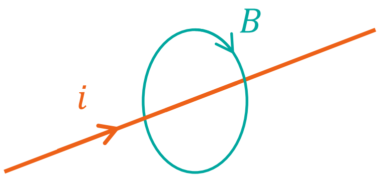
- Les lignes de champ tournent autour du conducteur
  - Sens défini par la règle du « tire-bouchon »

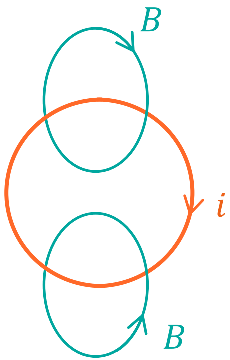


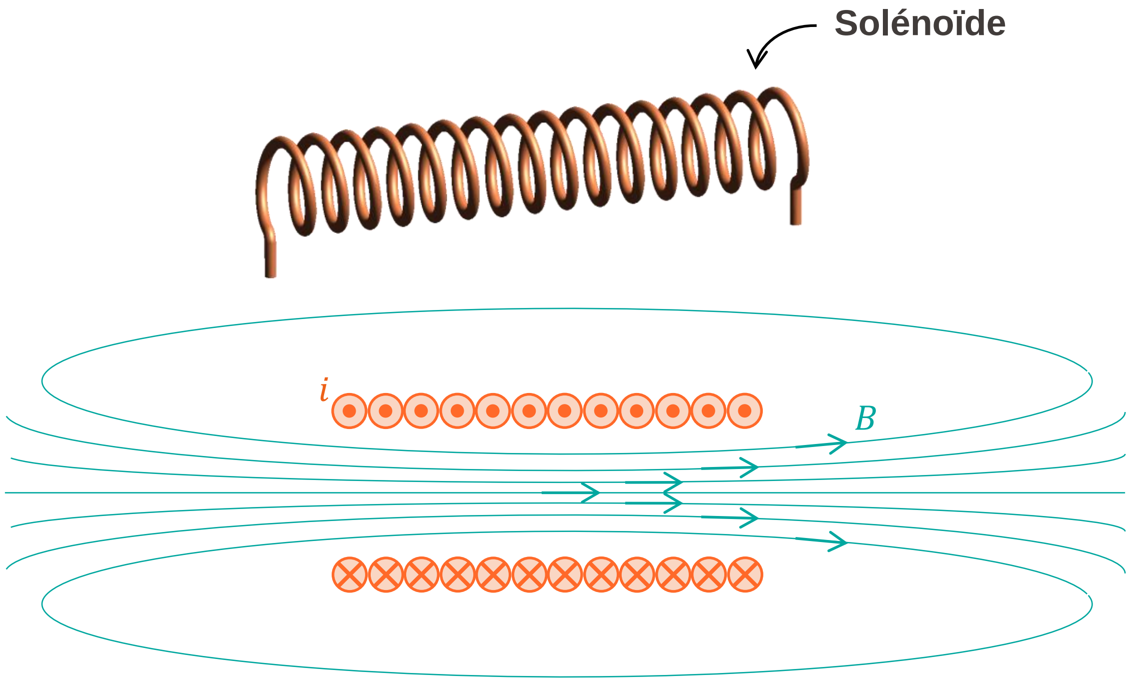
L'induction magnétique – Le solénoïde

C. Lafforgue

- Un fil a un champ qui « tourne » autour de lui
- Que se passe-t-il pour d'autres formes?

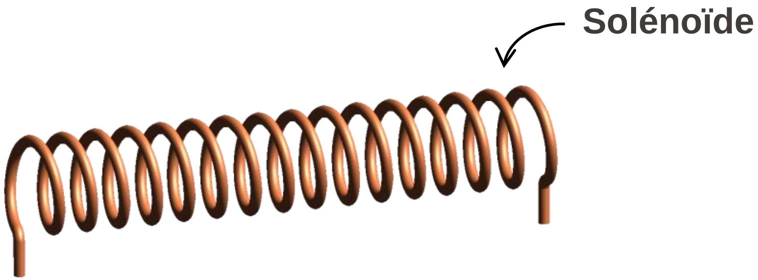


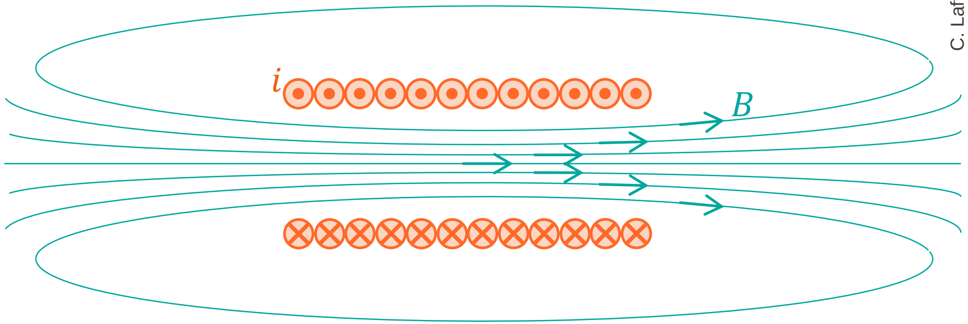




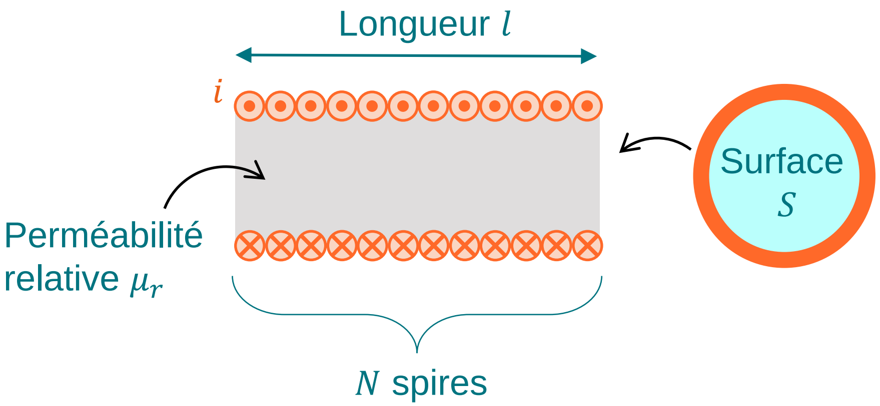
L'induction magnétique – Le solénoïde

C. Lafforgue



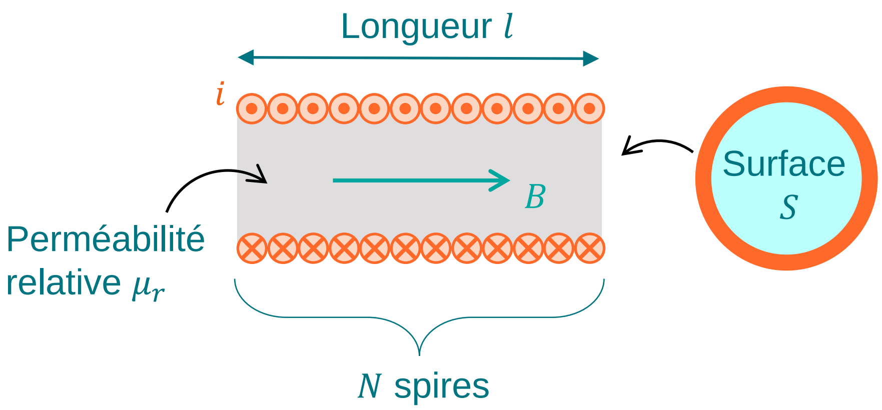


- Un solénoïde a des lignes de champ quasi-rectilignes
- Il est caractérisé par:
  - Sa longueur l
  - Son nombre de spire N
  - Sa surface (d'une spire) S
  - Le matériau de son cœur



L'induction magnétique – Le solénoïde

C. Lafforgue



Champ d'induction magnétique:

$$\boxed{B = \frac{\mu N i}{l}}$$

Unité: tesla (T)

Flux magnétique total:

$$\phi_t = NBS$$
$$\phi_t = Li$$

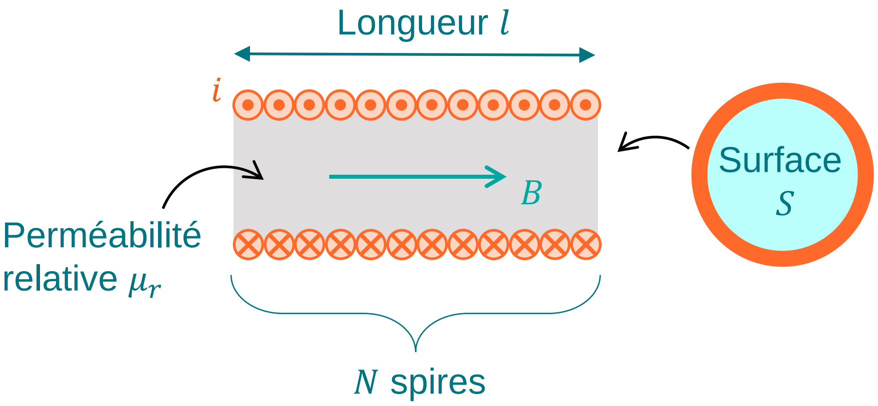
Unité: weber (Wb)

Inductance propre:

$$\boxed{L = \frac{\mu N^2 S}{l}}$$

Unité: henry (H)

L'induction magnétique – Le solénoïde

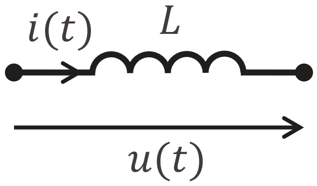


- De façon complémentaire au condensateur, les variations de flux magnétique créent une tension aux bornes de l'inductance (aussi appelée force électromotrice): c'est la **loi de Lenz**
- On en déduit:

$$u(t) = L\frac{di}{dt}$$

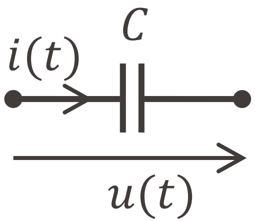
C. Lafforgue

L'inductance



$$\boxed{u(t) = L\frac{di}{dt}}$$

Le condensateur

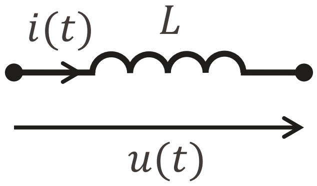


$$\boxed{i(t) = C\frac{du}{dt}(t)}$$

L'inductance a un comportement complémentaire à celui du condensateur

Par le même résonnement que pour le condensateur**, le courant parcourant une inductance ne peut pas avoir de discontinuité**

L’inductance



$$\boxed{u(t) = L\frac{di}{dt}}$$

- En régime statique: $\frac{di}{dt} = 0$
- Donc $u(t) = 0$
- **L’inductance se comporte comme un fil en régime statique**

L'inductance – Energie stockée

- On peut calculer l'énergie en intégrant la puissance:

$$W_L(T) = \int_{-\infty}^{T} u(t)i(t)dt$$

$$W_L(T) = L \int_{-\infty}^{T} i(t)\frac{di}{dt}(t)dt$$

$$\boxed{W_L(T) = \frac{1}{2}LI^2}$$

- L'inductance stocke de l'énergie magnétique

Points clés

- Une inductance est un dipôle qui accumule de l'énergie magnétique en créant un flux lié au courant:

$$\boxed{\phi_t = Li}$$

- La bobine (solénoïde) est caractérisée par sn inductance propre:

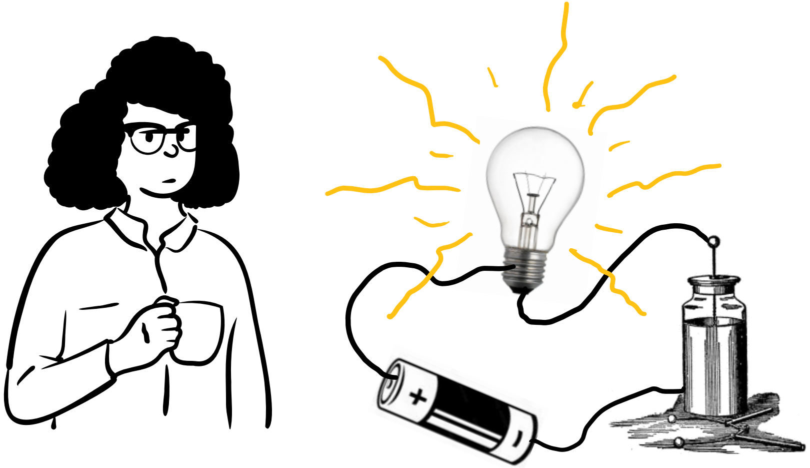
$$\boxed{L = \frac{\mu N^2 S}{l}}$$

- L'énergie accumulée pour un courant I est:

$$\boxed{W_L = \frac{1}{2} L I^2}$$

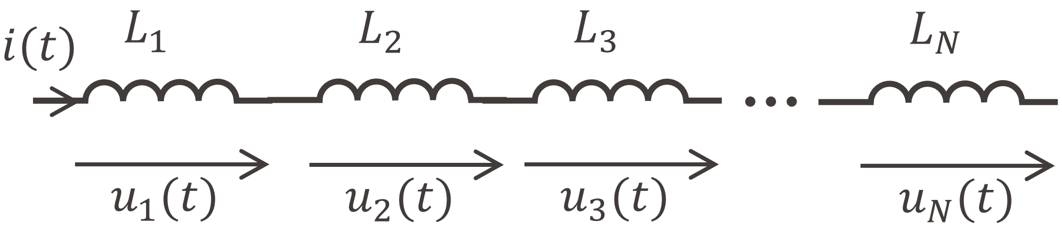
- En régime statique, l'inductance se comporte comme un fil

Comportement dynamique



Agencement d'inductances

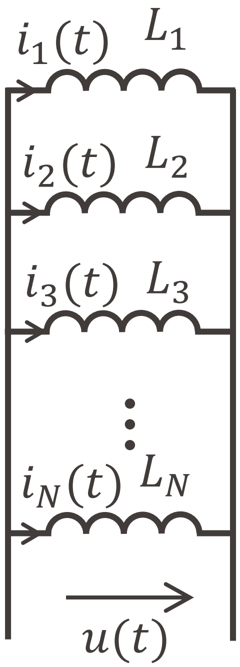
inductances en série



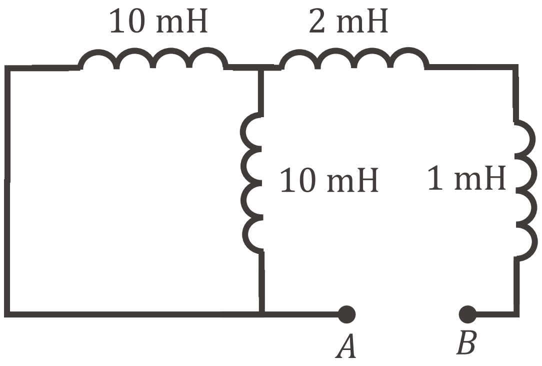
Agencement d'inductances

C. Lafforgue

Inductances en parallèle



Que vaut l'inductance équivalente vue des bornes A et B?

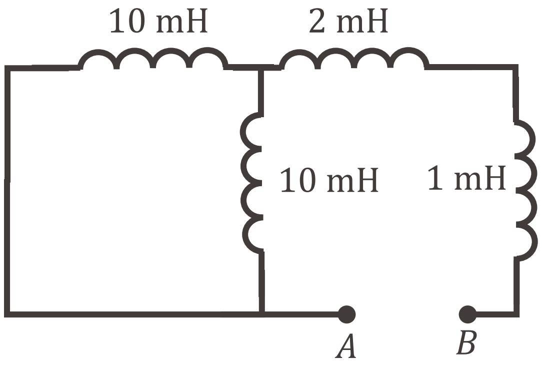


A. $L_{eq} = 6.5$ mH
B. $L_{eq} = 8$ mH
C. $L_{eq} = 1.88$ mH
D. $L_{eq} = 23$ mH
E. $L_{eq} = 3$ mH
F. $L_{eq} = 7.12$ mH

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

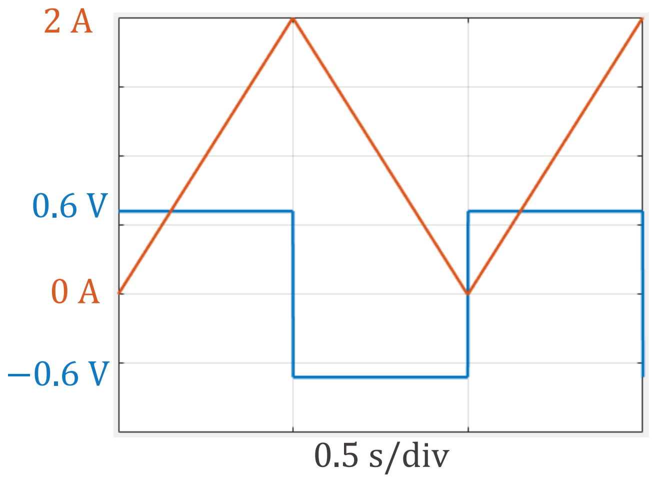
C. Lafforgue

Que vaut l'inductance équivalente vue des bornes A et B?



C. Lafforgue

Que vaut l'inductance?



A. L = 0.3 H

B. L = 3.33 H

C. L = 6.66 H

D. L = 0.15 H

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

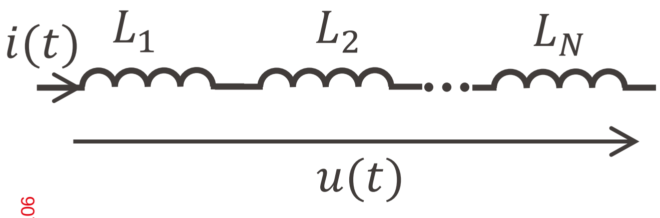
Points clés

C. Lafforgue

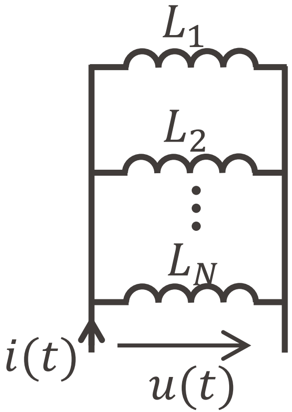
- Les circuits avec inductances ont un comportement dynamique (dépend du temps)

$$\boxed{u(t) = L\frac{di}{dt}}$$

- Des inductances en série s'ajoutent
  - Des inductances en série ont une inductance équivalente plus grande
- Pour des inductances en parallèle, les inverses des inductances s'ajoutent
  - Des inductances en parallèle ont une inductance équivalente plus petite



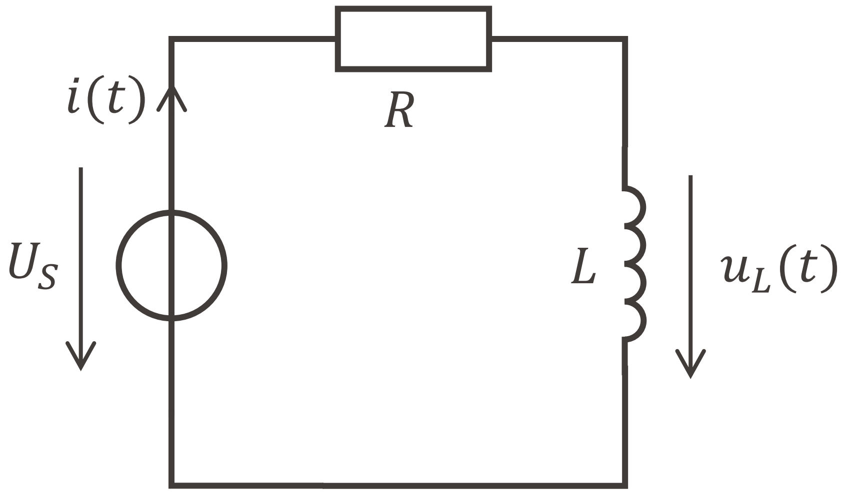
$$\boxed{L_{eq} = \sum_{k=1}^{N} L_k}$$



$$\boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{L_k}}$$

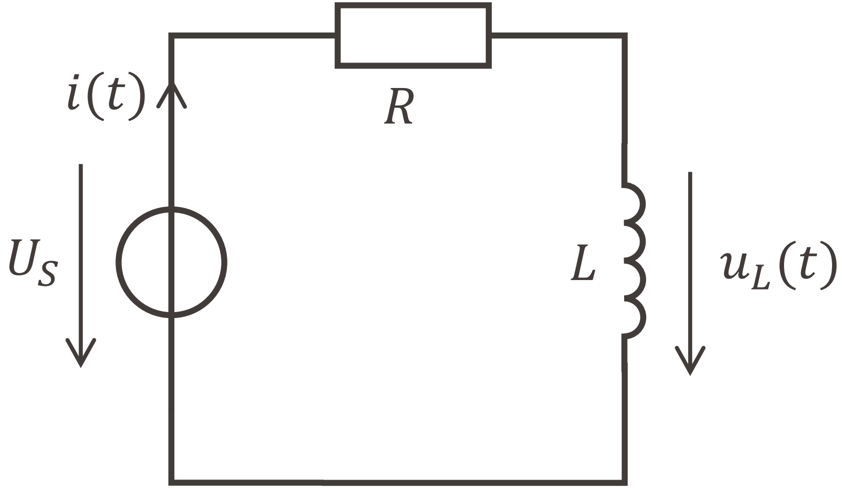
Circuit RL

- On modélise un circuit dépendant du temps t:



Circuit RL

- On modélise un circuit dépendant du temps t:



Loi des mailles:

$$U_S = Ri(t) + u_L(t)$$

Relation caractéristique de l'inductance

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}(t)$$

Donc on obtient:

$$U_S = L\frac{di}{dt}(t) + Ri(t)$$

$$\boxed{\frac{di}{dt}(t) + \frac{R}{L}i(t) = \frac{1}{L}U_S}$$

Que vaut la constante de temps (en µs)?

$$\boxed{\frac{di}{dt}(t) + \frac{R}{L} i(t) = \frac{1}{L} U_S}$$

$$R = 9\ \Omega$$
$$L = 360\ \mu\text{H}$$
$$U_s = 0.5\ \text{V}$$

Circuit RL

C. Lafforgue

- On modélise un circuit dépendant du temps t:

$$\boxed{\frac{di}{dt}(t) + \frac{R}{L}i(t) = \frac{1}{L}U_S}$$

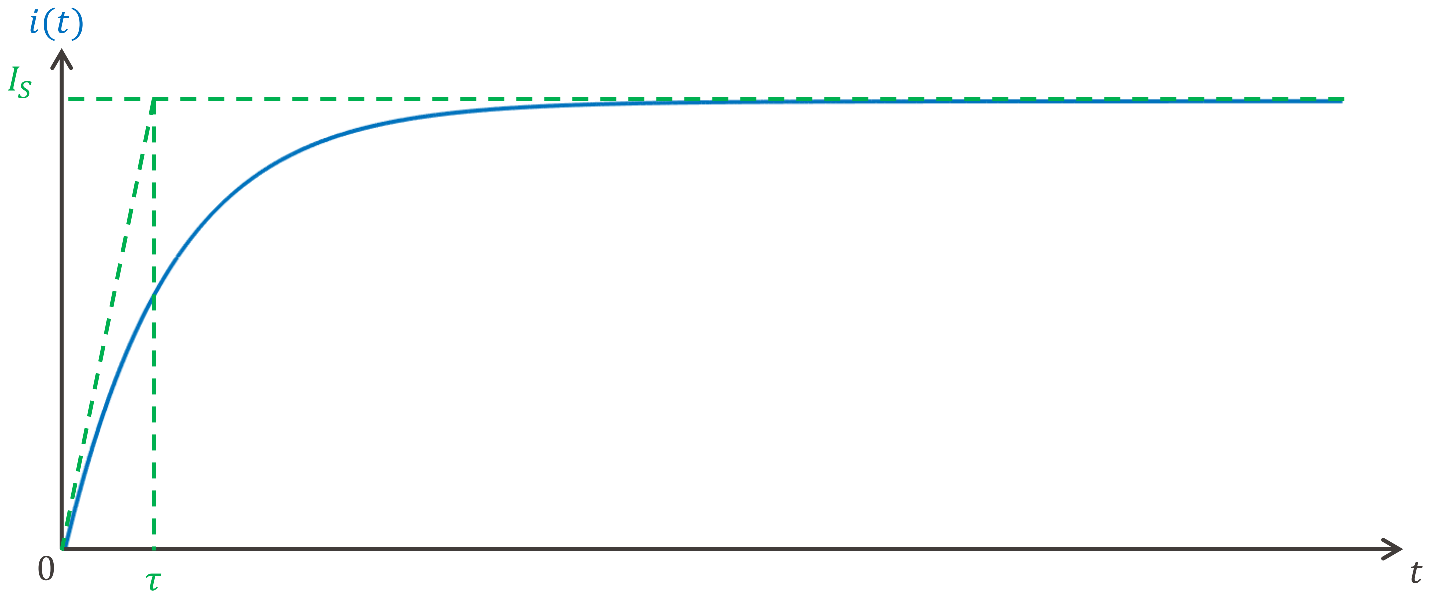
Circuit RL

- On modélise un circuit dépendant du temps t:

$$\boxed{\frac{di}{dt}(t) + \frac{R}{L}i(t) = \frac{1}{L}U_S}$$

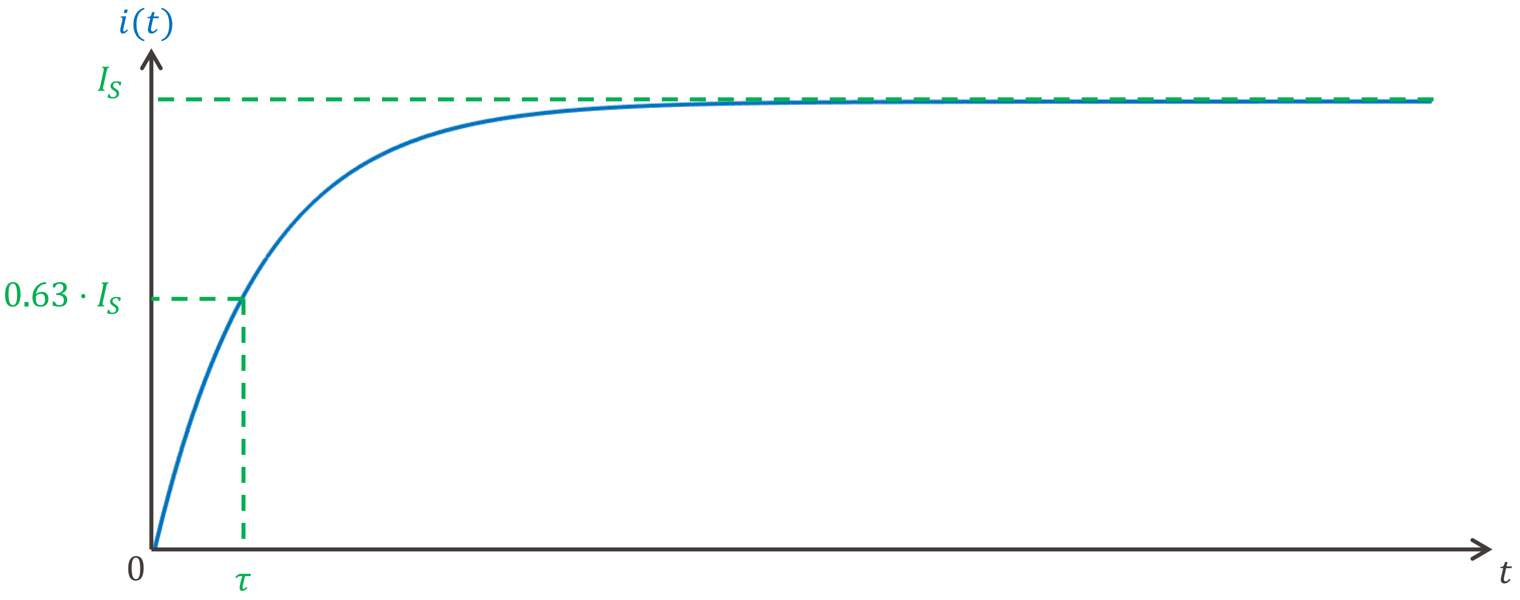
Circuit RC – charge du condensateur

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



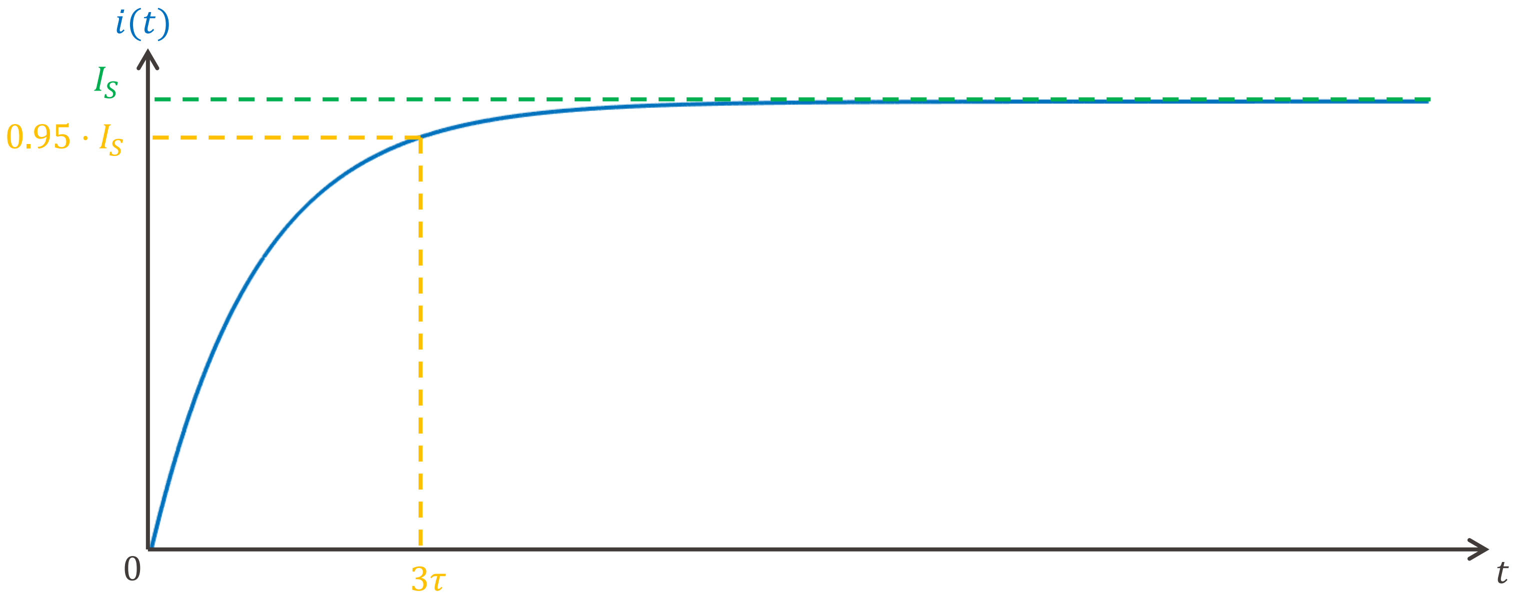
Circuit RC – charge du condensateur

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



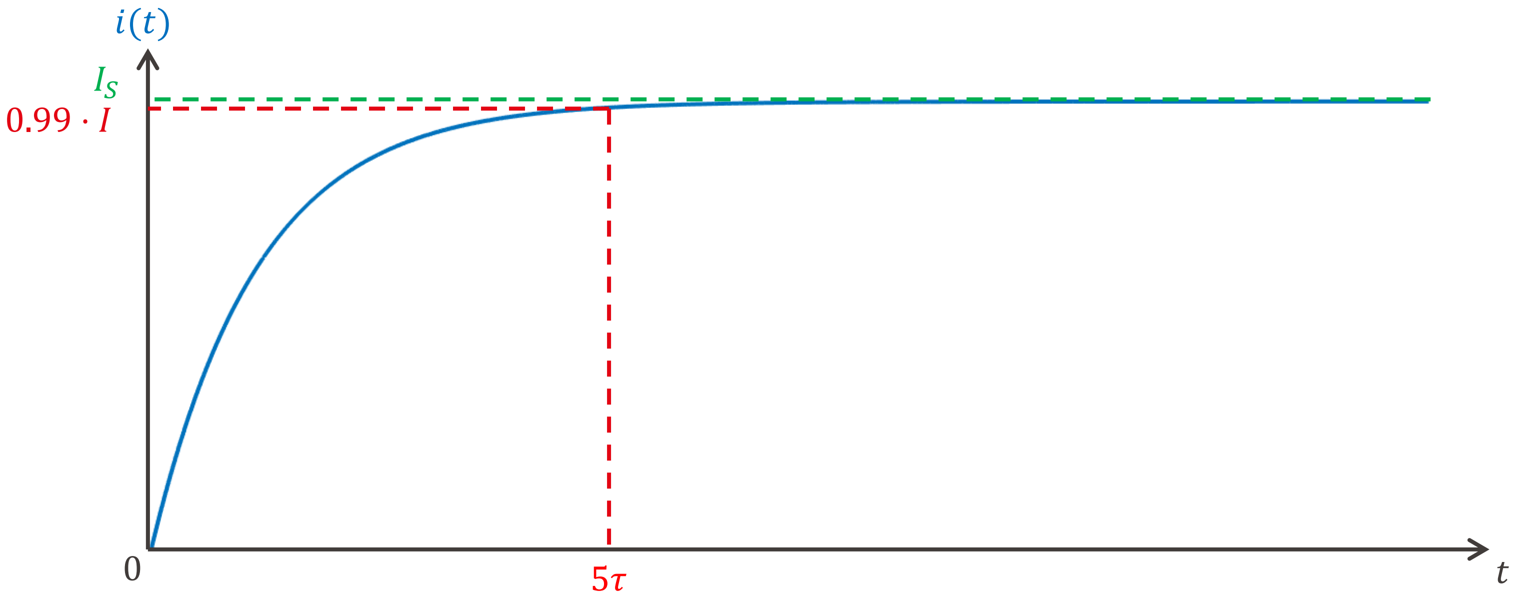
Circuit RC – charge du condensateur

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



Circuit RC

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



Points clés

- Dans un circuit RL, les grandeurs électriques de l'inductance évoluent avec une constante de temps donnée par:

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

- La solution transitoire d'un circuit RL est de type exponentielle.

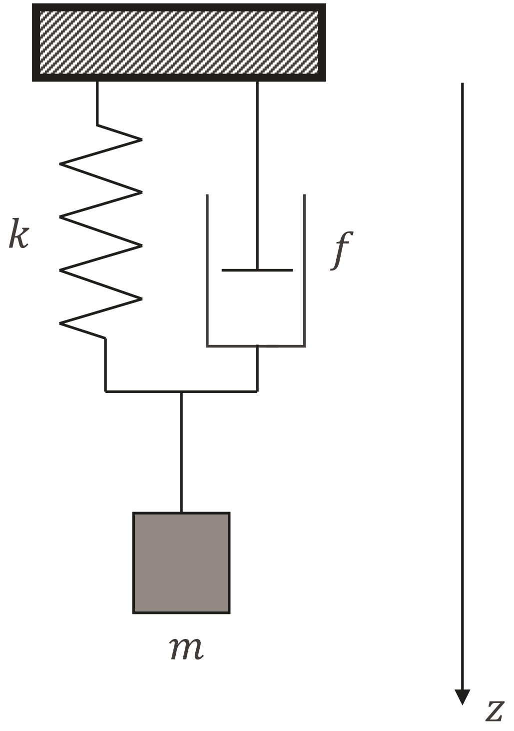
- Une condition initiale est nécessaire pour définir la solution du problème.

- Dans un circuit RL série, le régime transitoire du courant est de la forme:

$$\boxed{i_L(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

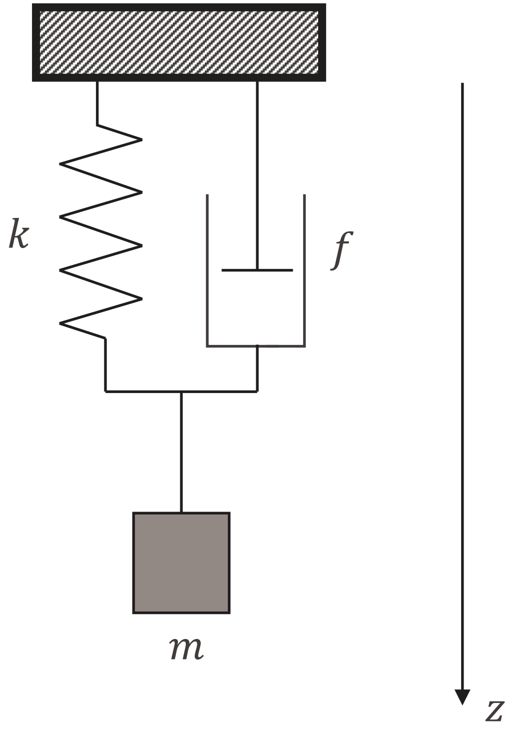
Pour aller plus loin

- Faisons un peu de mécanique…
- Forces subies par chaque composants:
  - Ressort: $F_r = k\Delta z \Rightarrow v = \frac{1}{k}\frac{dF_r}{dt}$
  - Amortisseur: $F_a = fv$
  - Masselotte: $F_m = ma = m\frac{dv}{dt}$

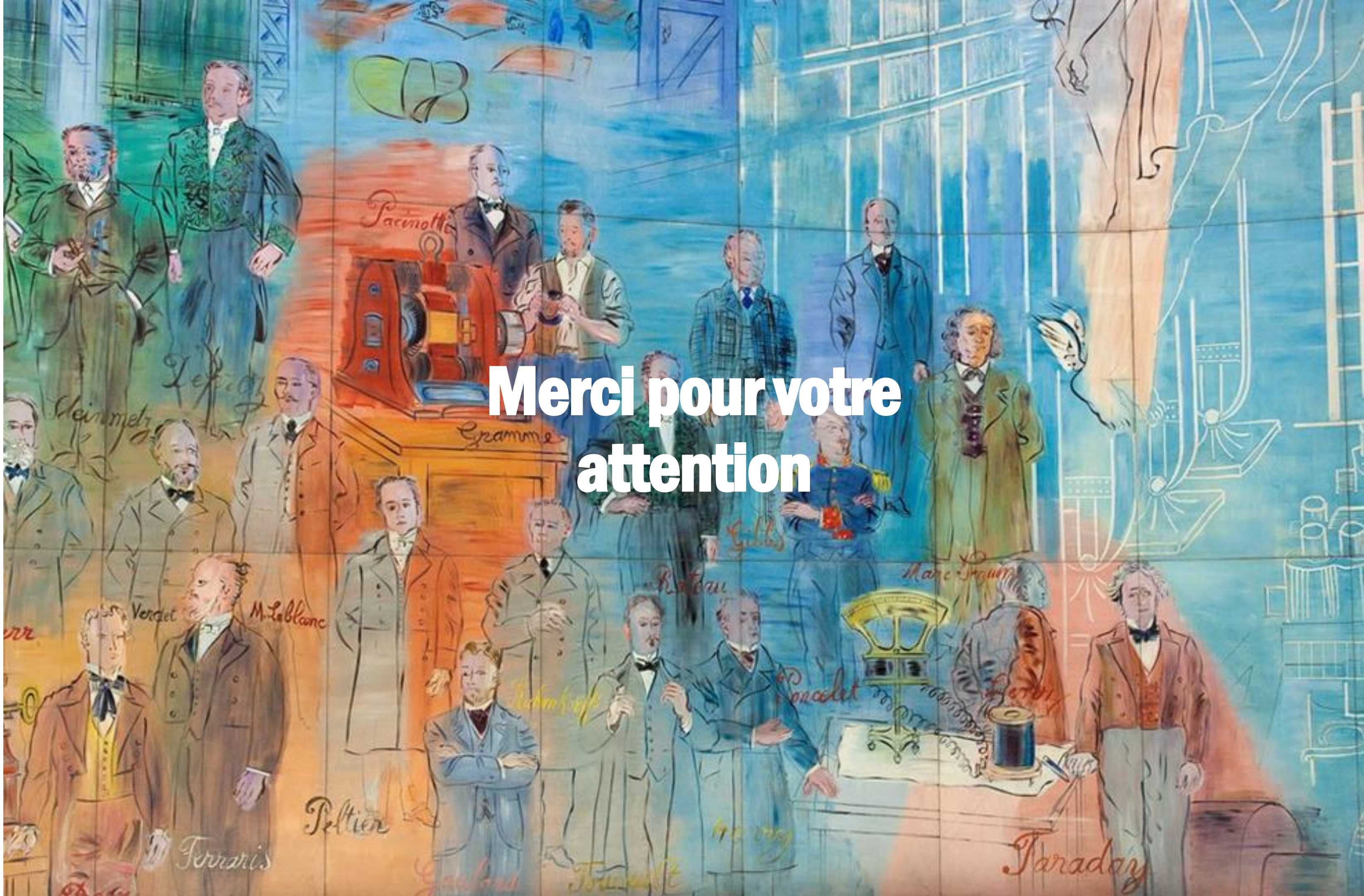


Pour aller plus loin

- Le courant est relatif à une vitesse de déplacement
- La tension est relative à une force
- Un condensateur stocke de l'énergie potentielle, liée à la tension
  - Un ressort stocke aussi de l'énergie potentielle, liée à la force de rappel
- Une inductance stocke de l'énergie magnétique, liée au courant
  - Une masse en mouvement stocke de l'énergie cinétique, liée à la vitesse



Merci pour votre attention



R. Dufy, « La fée électricité »
Musée d'art moderne, Paris