

Cours 5: Condensateur, Circuit RC

EE 106 – Sciences et
technologies de
l'électricité
Automne 2024

R. Dufy, Musée d'art moderne, Paris

Rappels

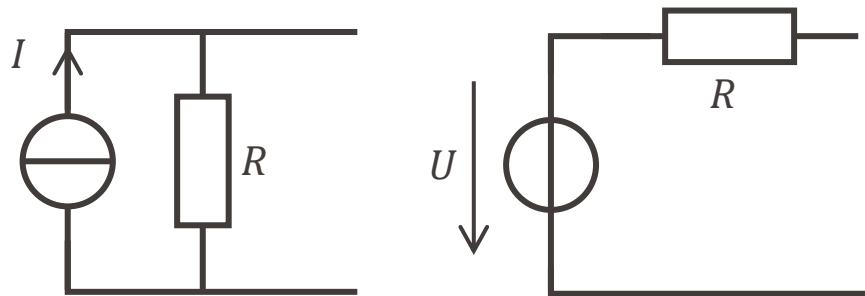


- Rappels – Diviseur de tension

- Rappels – Diviseur de courant



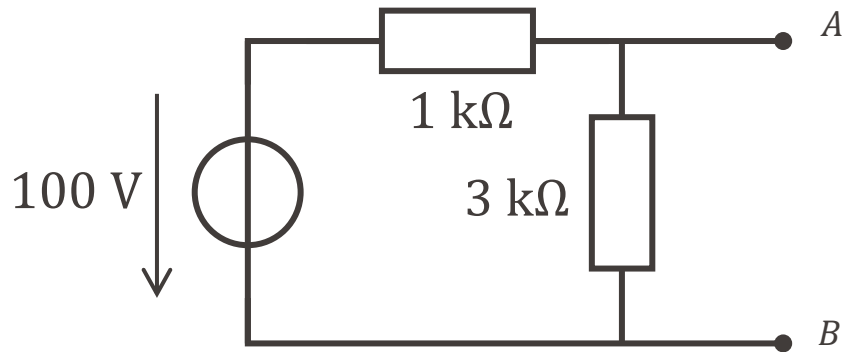
- Rappels - Que doit valoir U pour que les deux circuits soient équivalents?



- A. $U = -\frac{I}{R}$
- B. $U = \frac{I}{R}$
- C. $U = -RI$
- D. $U = RI$



- Rappels – Que vaut la tension équivalente de Thévenin entre A et B?



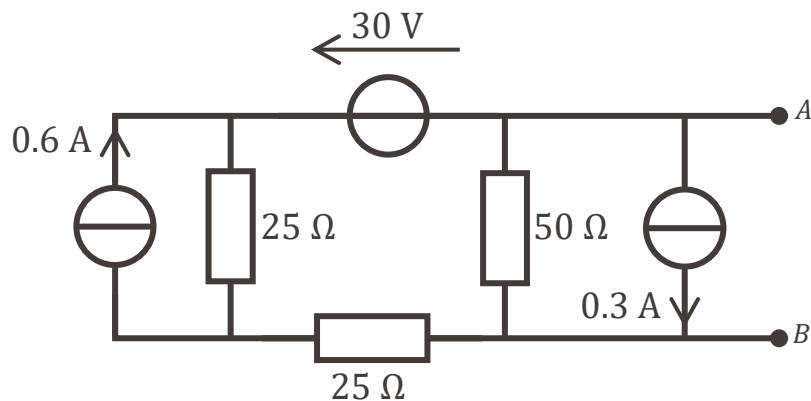
- A. 100 V
- B. 300 V
- C. 75 V
- D. 25 V
- E. 0 V

Session ID: ee106poll

URL: ttpoll.eu



- Rappels – Que vaut la résistance équivalente de Norton vue des bornes A et B?



- Décrire le comportement d'un condensateur plan
- Déterminer la relation courant-tension d'un condensateur
- Etudier un circuit en régime transitoire

Les condensateurs

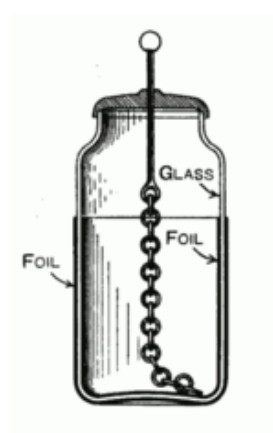


Symbole	Signification	Grandeur	Unité
	Condensateur	C (capacité)	farad (F)

- Le condensateur est un composant de base utilisé pour:
 - Le stockage d'énergie
 - Le filtrage de signaux parasites
 - La protection de systèmes électriques sensibles
 - ...
- C'est un dipôle passif



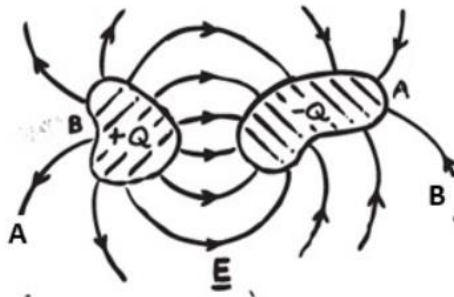
- 1745: Ewald Georg von Kleist invente la **bouteille de Leyde**, ancêtre du condensateur
- Deux conducteurs sont séparés par une paroi de verre (isolant)
- La bouteille de Leyde est utilisée pour faire des décharges électriques après lui avoir appliqué une tension électrique



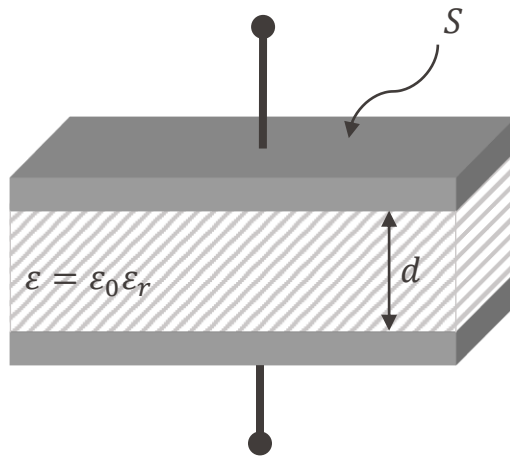
Ewald Georg von Kleist
1700-1748
Physicien allemand



- On considère deux surfaces conductrices
 - De forme quelconque
 - Isolées l'une de l'autre, fixes dans l'espace
- Les deux surfaces sont chargées, chacune avec une charge opposée
 - Une surface a une charge $+Q$, l'autre a une charge $-Q$
 - La séparation de charge a lieu lorsqu'une source de tension est connectée au condensateur

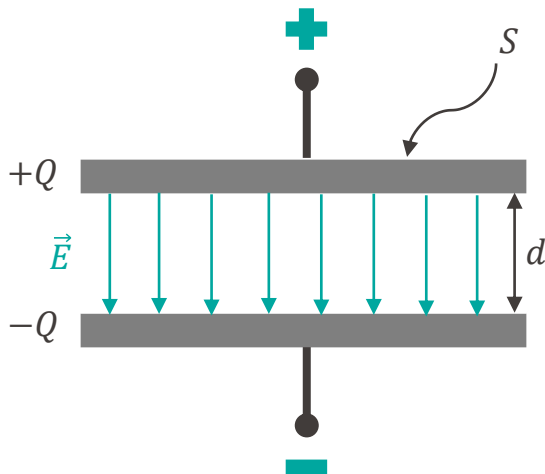


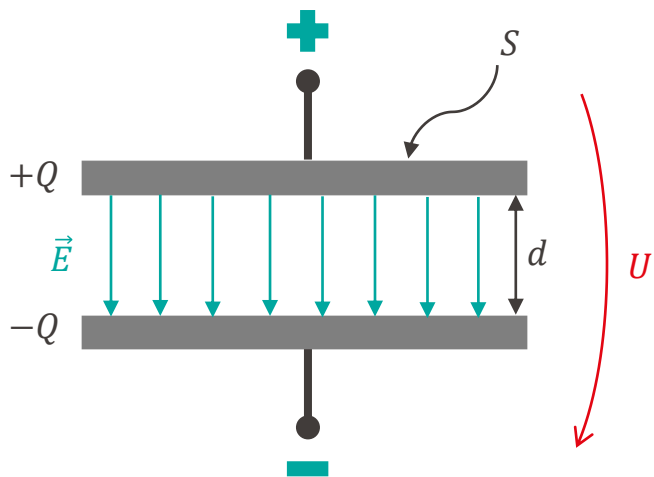
- Lorsque les deux surfaces chargées sont des plaques parallèles, on parle de **condensateur plan**
- Le condensateur est caractérisé par:
 - Une surface S
 - Une séparation d
 - Une permittivité diélectrique $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$



Le condensateur plan idéal

- On considère les plaques du condensateur « infiniment » grandes (les côtés des plaques sont très grands comparés à d)
 - Les effets de bords peuvent être négligés
 - Le champ électrique entre les plaques est homogène





- $\|\vec{E}\| = \frac{U}{d}$

- On peut aussi montrer que:

$$\|\vec{E}\| = \frac{Q}{\epsilon S}$$

- On en déduit:

$$Q = \frac{\epsilon S}{d} U$$

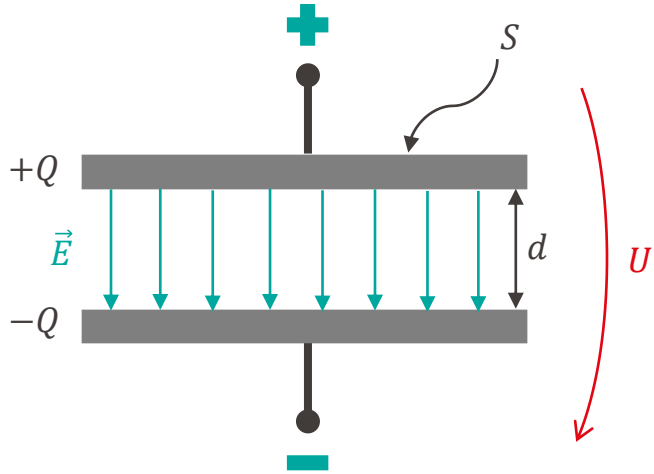
- On définit ainsi **la capacité** du condensateur plan:

$$Q = CU$$

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

Unité: farad (F)

Le condensateur plan idéal



Ordre de grandeur de la capacité?

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$



Calculer la capacité du condensateur

Ordre de grandeur de la capacité?

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

- $d = 1 \text{ mm}$
- $S = 1.13 \text{ cm}^2$
- $\varepsilon = \varepsilon_0 \simeq 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
(air entre les plaques)

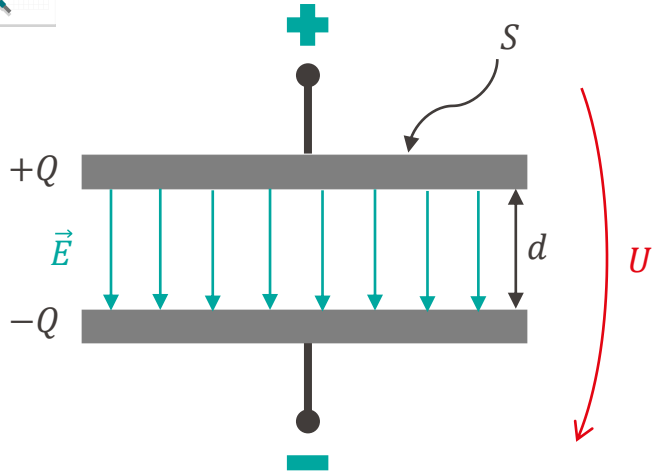
A. $C = 10 \text{ nF}$

B. $C = 1 \text{ pF}$

C. $C = 10 \text{ pF}$

D. $C = 0.1 \text{ nF}$

Le condensateur plan idéal



Ordre de grandeur de la capacité?

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

- Lorsqu'il est connecté à une source de tension, le condensateur accumule des charges $\Rightarrow$ il accumule de l'énergie électrostatique
 - Une fois chargé, la charge est fixe: $Q = \text{cste}$.
 - $i(t) = \frac{dq}{dt}$ donc dans un condensateur chargé, le courant est nul

Un condensateur chargé est équivalent à un circuit ouvert

Autrement dit, en régime statique, un condensateur se comporte comme un circuit ouvert.

En régime statique:

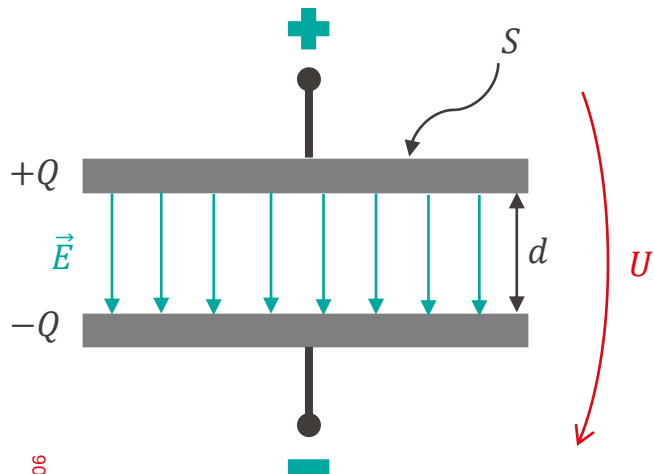


Energie accumulée dans un condensateur



- Un condensateur chargé peut écouler ses charges en le branchant à un autre dipôle passif, par exemple une résistance
 - Le condensateur libère de l'énergie stockée en se déchargeant
 - L'énergie emmagasinée est égale au travail fourni pour se charger

- Un condensateur chargé peut écouler ses charges en le branchant à un autre dipôle passif, par exemple une résistance
 - Le condensateur libère de l'énergie stockée en se déchargeant
 - L'énergie emmagasinée est égale au travail fourni pour se charger



$$W_c = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$W_c = \frac{1}{2} C U^2$$

- Un condensateur est un dipôle qui accumule de l'énergie électrostatique en condensant des charges proportionnellement à la tension:

$$Q = CU$$

- Le condensateur est caractérisé par sa **capacité**:

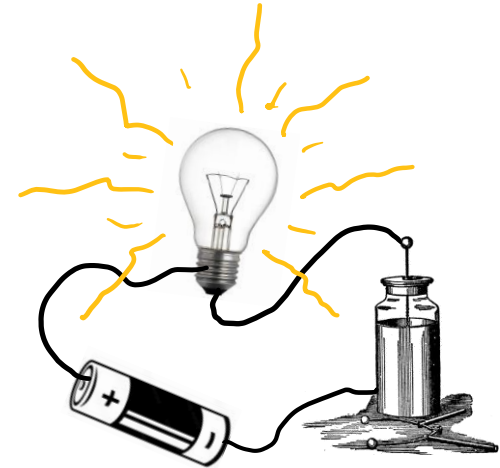
$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

- L'énergie accumulée pour une tension U est:

$$W_c = \frac{1}{2} CU^2$$

- En régime statique, le condensateur se comporte comme un circuit ouvert

Comportement dynamique

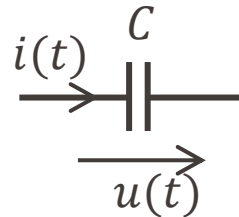




- On a vu qu'en régime continu $I = 0$ et que le condensateur chargé se comporte comme un circuit ouvert
- Que se passe-t-il pendant la charge du condensateur?

- On a vu qu'en régime continu $I = 0$ et que le condensateur chargé se comporte comme un circuit ouvert
- Que se passe-t-il pendant la charge du condensateur?

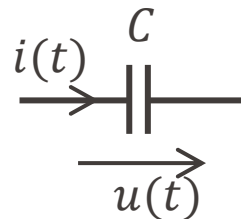
$$i(t) = C \frac{du}{dt}(t)$$



- Un courant transitoire peut exister!

- Que se passe-t-il pendant la charge du condensateur?

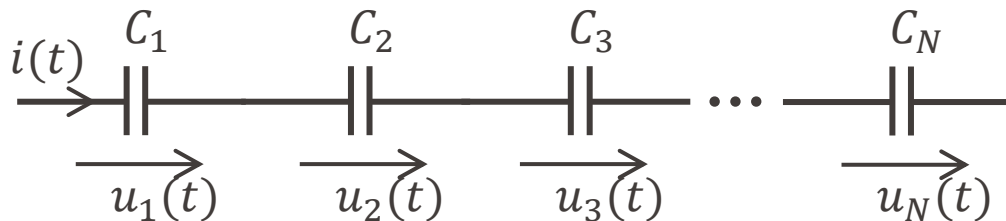
$$i(t) = C \frac{du}{dt}(t)$$



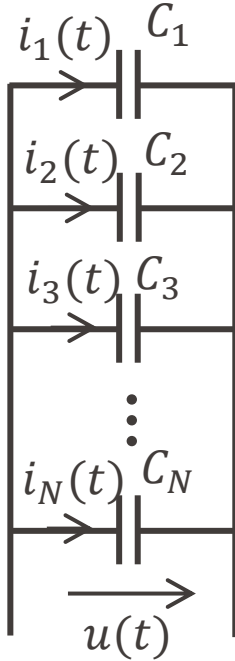
- **Remarque:** le courant ne peut pas être infini, donc la tension aux bornes du condensateur est continue.



Condensateurs en série

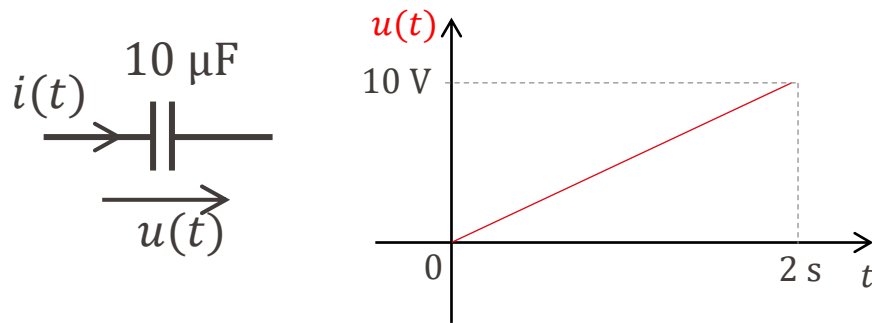


Condensateurs en parallèle





Que vaut le courant i pour le profil de tension donné?

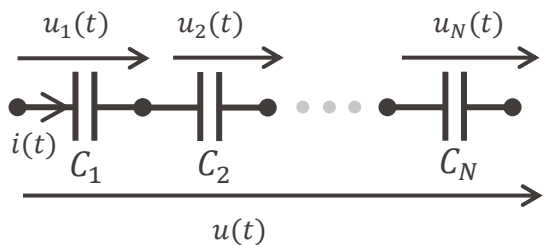


- A. $50\ \mu\text{A}$
- B. $5\ \text{A}$
- C. $5\ \mu\text{A}$
- D. $0.5\ \text{mA}$
- E. $50\ \text{mA}$
- F. $0.5\ \text{A}$
- G. Je ne sais pas

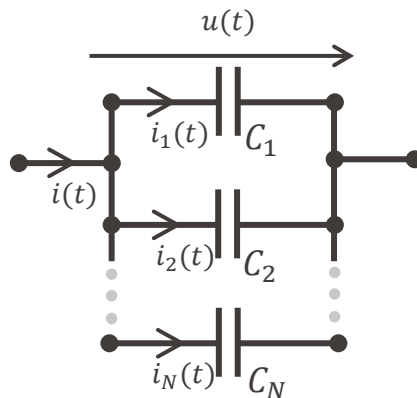
- Les circuits avec condensateurs ont un comportement dynamique (dépend du temps)

$$i(t) = C \frac{du}{dt}$$

- Des condensateurs en parallèle s'ajoutent
 - Des résistances en parallèle ont une capacité équivalente plus grande
- Pour des condensateurs en série, les inverses des capacités s'ajoutent
 - Des condensateurs en série ont une capacité équivalente plus petite

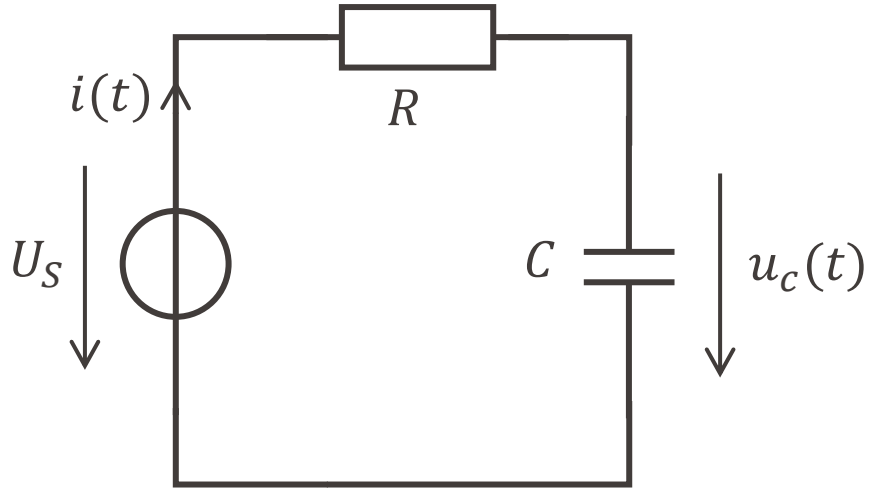


$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{C_k}$$

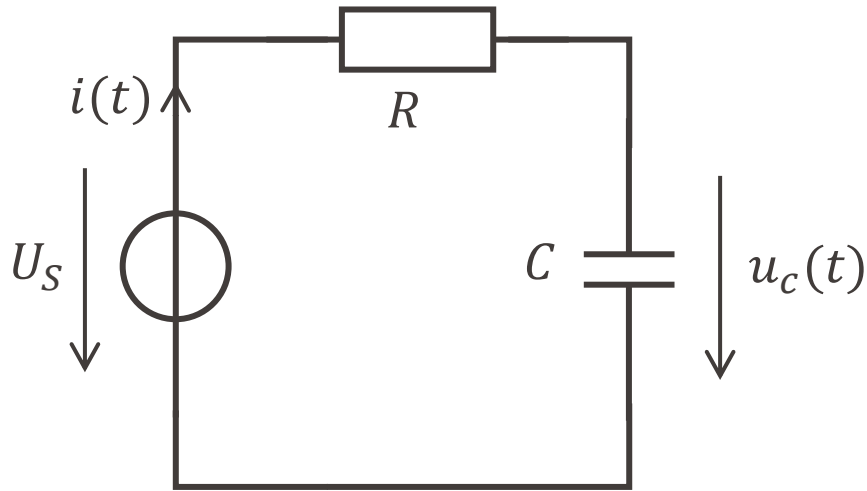


$$C_{\text{eq}} = \sum_{k=1}^N C_k$$

- On modélise un circuit dépendant du temps t :



- On modélise un circuit dépendant du temps t :



Loi des mailles:

$$U_S = Ri(t) + u_c(t)$$

Relation caractéristique du condensateur::

$$i(t) = \frac{Cdu}{dt}(t)$$

Donc on obtient:

$$U_S = RC \frac{du_c}{dt} + u_c(t)$$

$$\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{RC}u_c(t) = \frac{1}{RC}U_S$$



Comment vous sentez-vous avec les équations différentielles?

- A. Très à l'aise
- B. A peu près à l'aise
- C. Pas à l'aise
- D. Je n'ai jamais vu d'équations différentielles

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

- Définition de la fonction exponentielle: solution de l'équation différentielle

$$\frac{dg}{dz}(z) = g(z)$$

- La fonction exponentielle s'écrit $g(z) = e^z$
- Propriété:
 - Si $h(z) = e^{kz}$ alors $\frac{dh}{dz}(z) = ke^{kz} = k \cdot h(z)$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

- On souhaite déterminer une fonction $x(t)$ régie par une équation différentielle linéaire d'ordre 1:

$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- Ici, τ est une constante de temps (nécessaire pour que l'équation soit physiquement correcte)
- X_0 est une constante, correspondant à la source dans notre cas

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 1. On résout l'équation homogène:

$$\frac{dx_h}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x_h(t) = 0$$

- Les solutions d'une telle équation sont des fonctions exponentielles:

$$x_h(t) = Ke^{-t/\tau}$$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1



$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 1. On résout l'équation homogène:

$$\frac{dx_h}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x_h(t) = 0$$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1



$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 1. On résout l'équation homogène:

$$\frac{dx_h}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x_h(t) = 0$$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1



$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 2. On cherche une solution particulière. L'équation accepte une solution sous la forme d'une constante ($\frac{dx_p}{dt} = 0$):

$$x_p = X_0$$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1



$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 3. On additionne la solution de l'équation homogène associée et la solution particulière:

$$x(t) = Ke^{-t/\tau} + X_0$$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

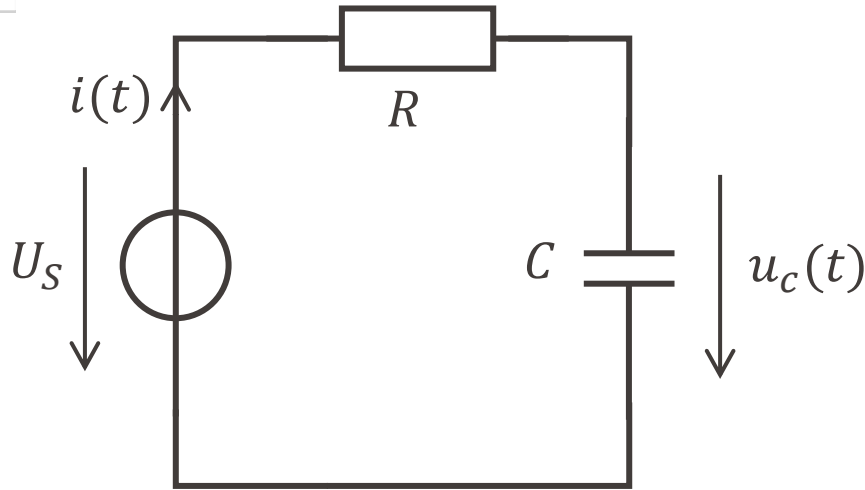
$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 3. On additionne la solution de l'équation homogène associée et la solution particulière:

$$x(t) = Ke^{-t/\tau} + X_0$$

- On obtient une famille de solutions. Le comportement total est déterminé par **la condition initiale**.

- On modélise un circuit dépendant du temps t :



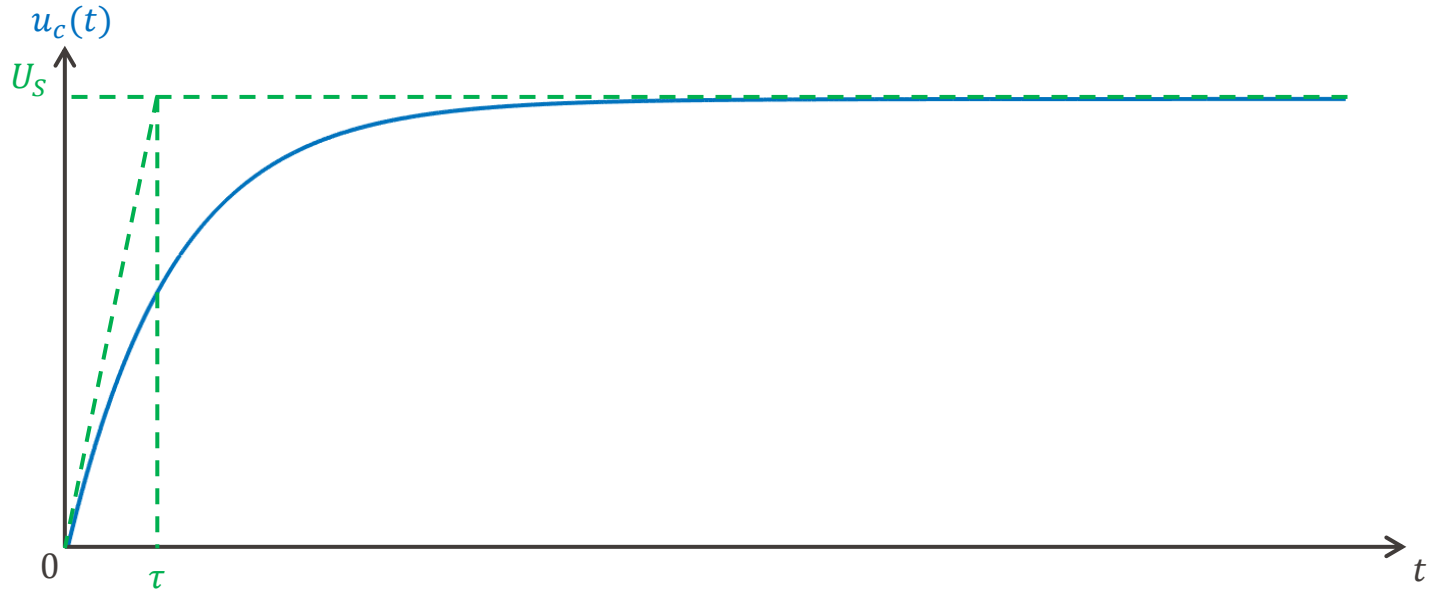
Condition initiale:
 $u_c(0) = 0 \text{ V}$

$$\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{RC}u_c(t) = \frac{1}{RC}U_S$$

$$u_c(t) = U_S(1 - e^{-t/\tau})$$

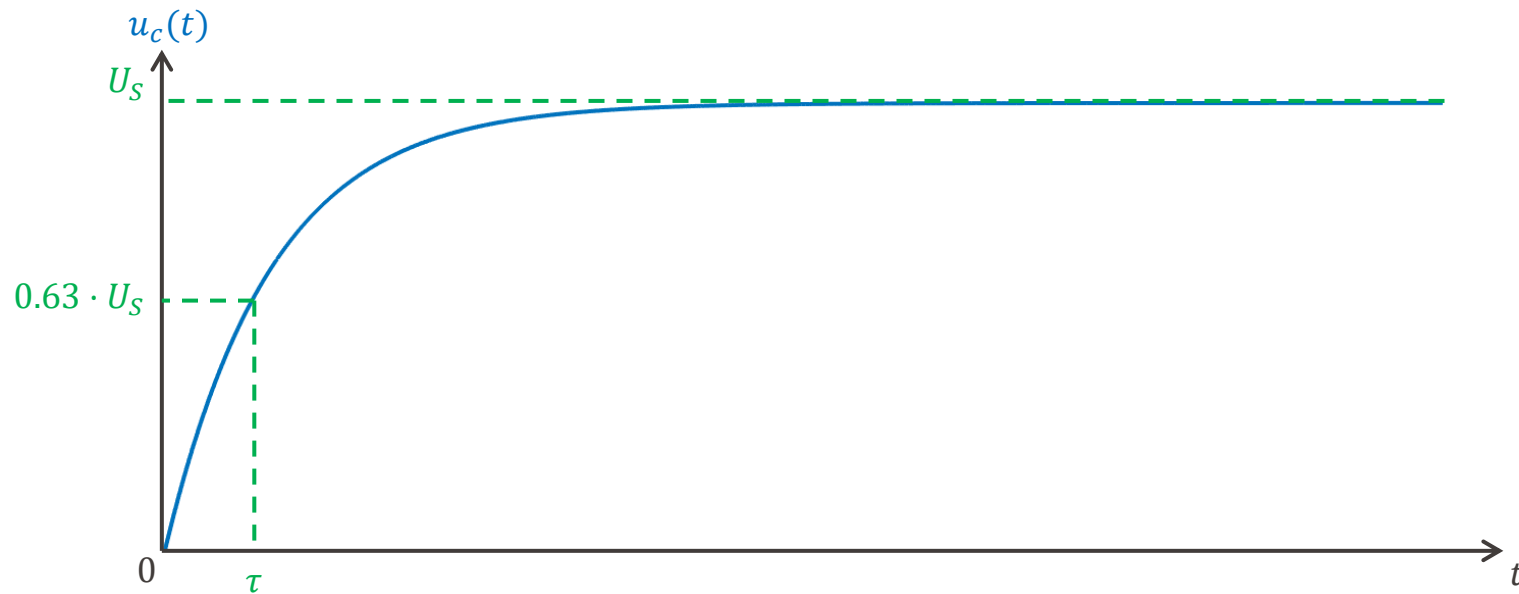
Circuit RC – charge du condensateur

$$u_c(t) = U_S(1 - e^{-t/\tau})$$



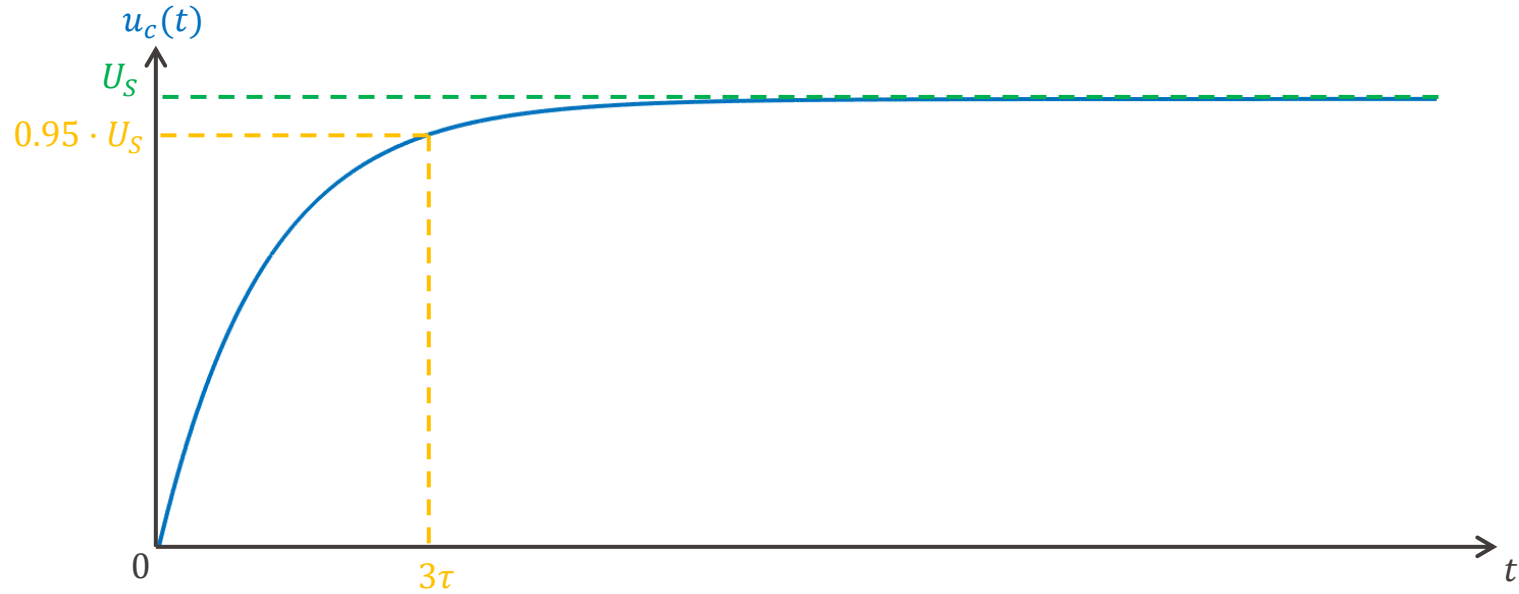
Circuit RC – charge du condensateur

$$u_c(t) = U_S(1 - e^{-t/\tau})$$

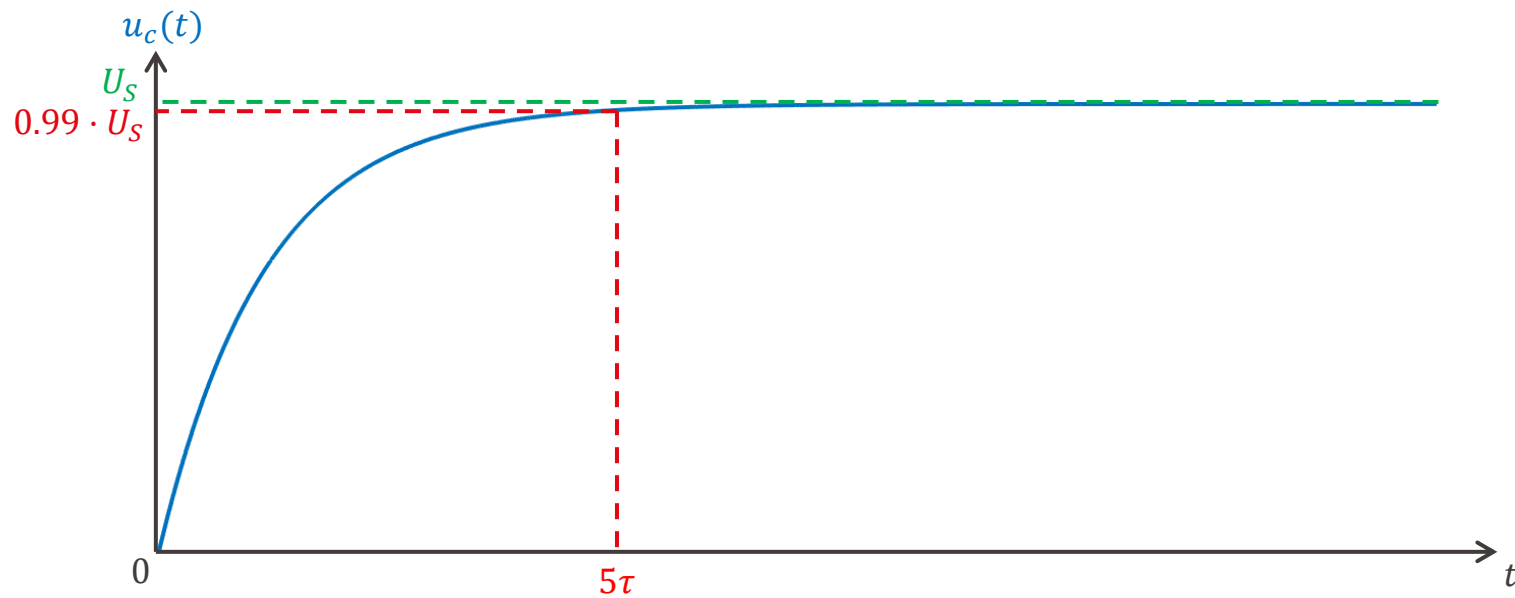


Circuit RC – charge du condensateur

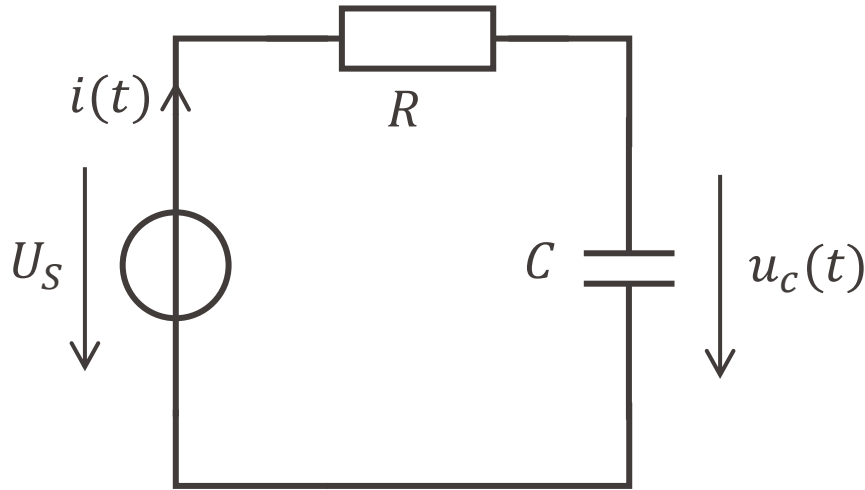
$$u_c(t) = U_S(1 - e^{-t/\tau})$$



$$u_c(t) = U_S(1 - e^{-t/\tau})$$



- On modélise un circuit dépendant du temps t :



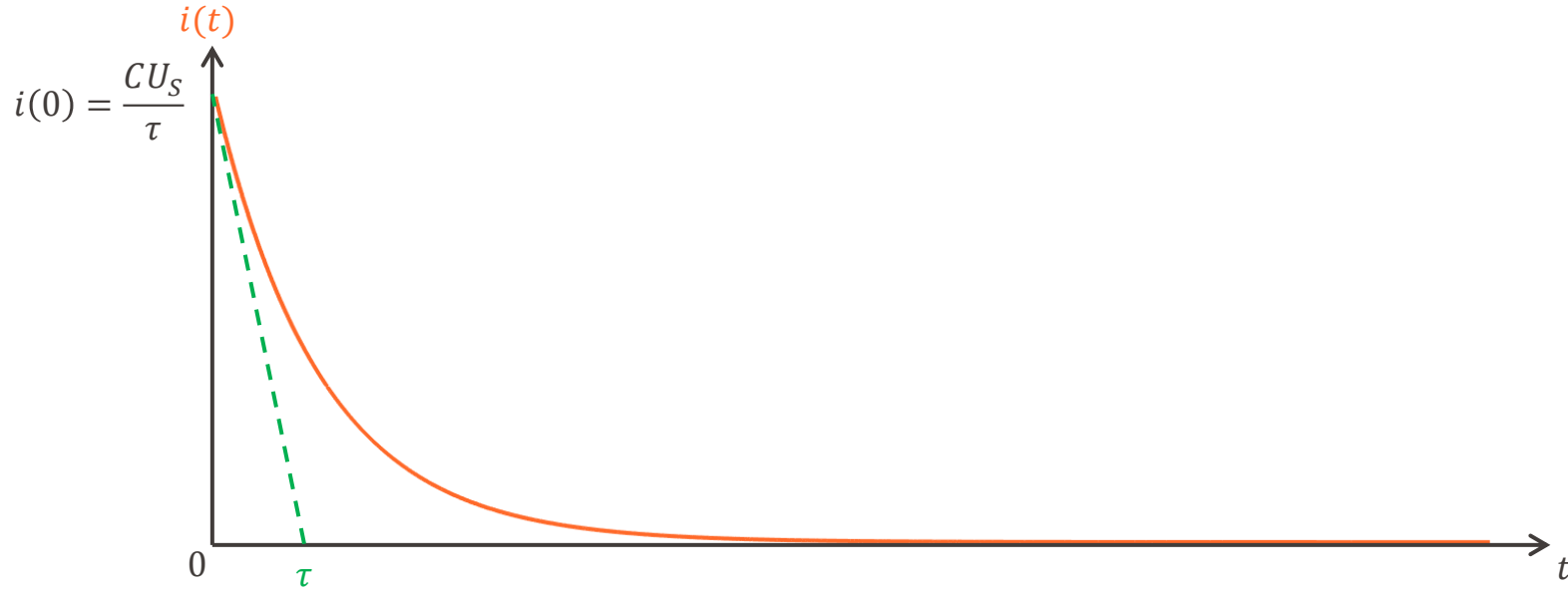
$$u_c(t) = U_S(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Condition initiale:
 $u_c(0) = 0 \text{ V}$

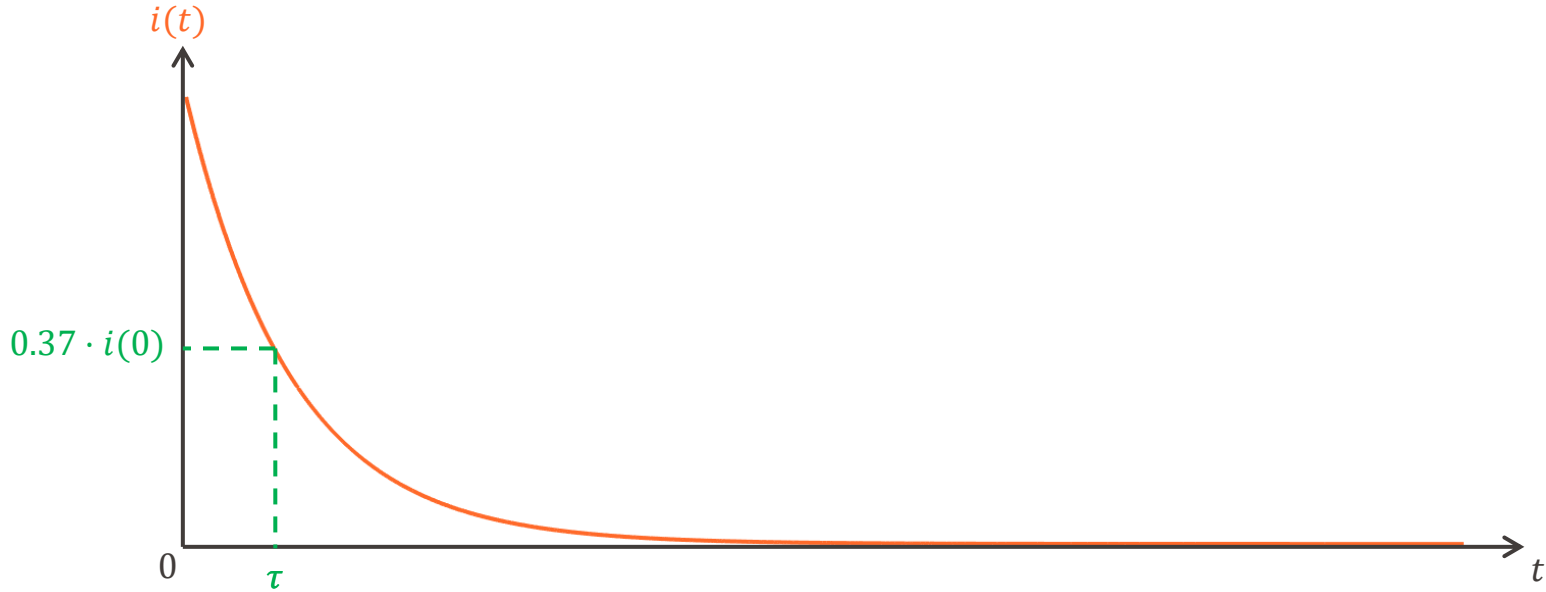
Circuit RC – charge du condensateur

$$i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}$$



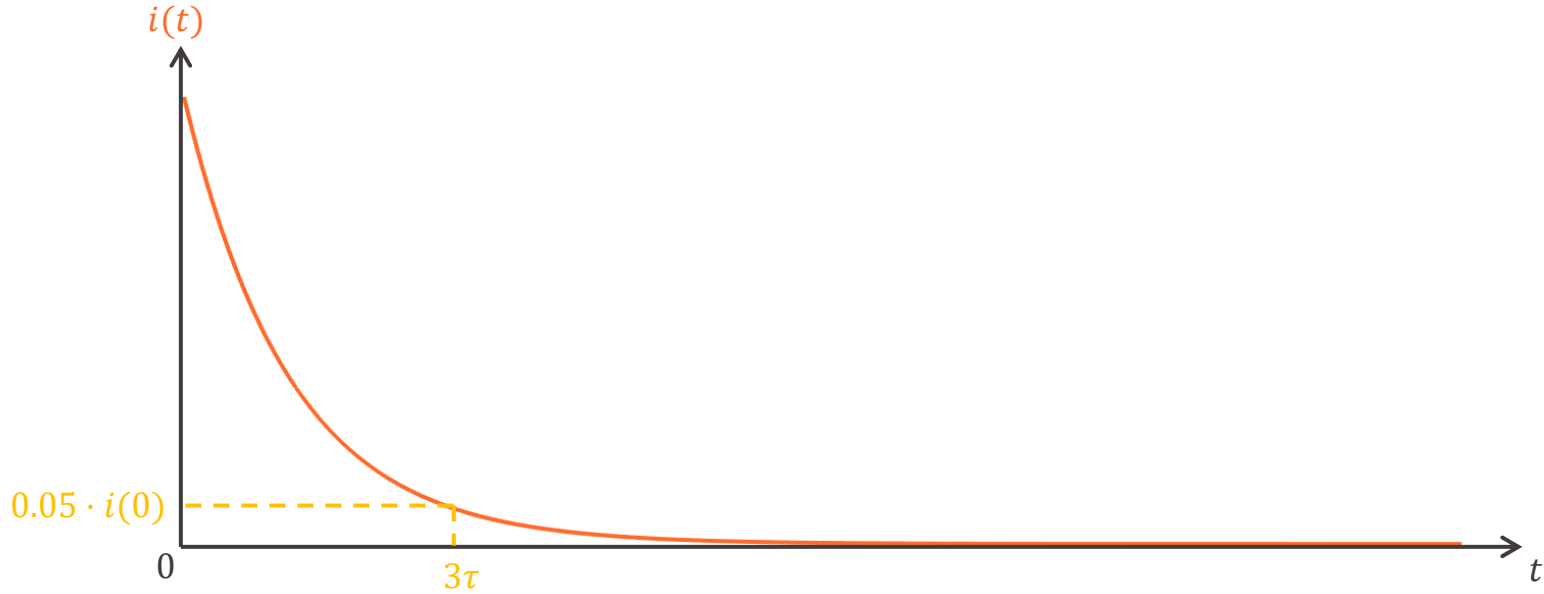
Circuit RC – charge du condensateur

$$i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}$$



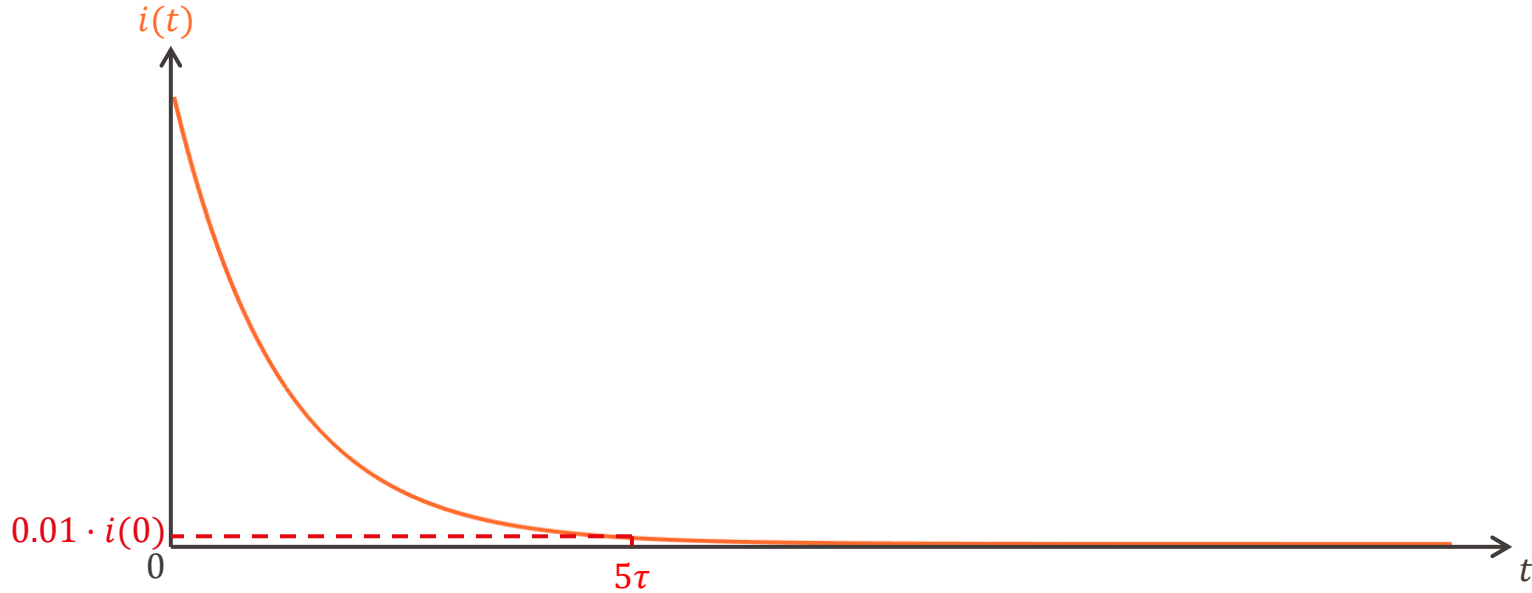
Circuit RC – charge du condensateur

$$i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}$$

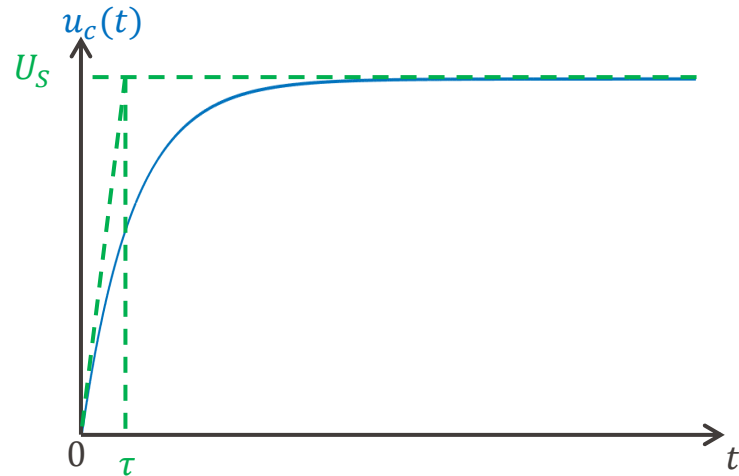
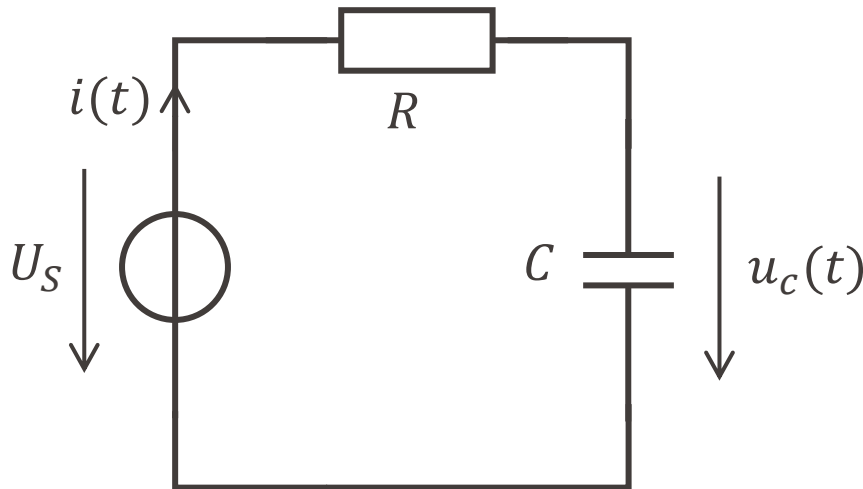


Circuit RC – charge du condensateur

$$i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}$$

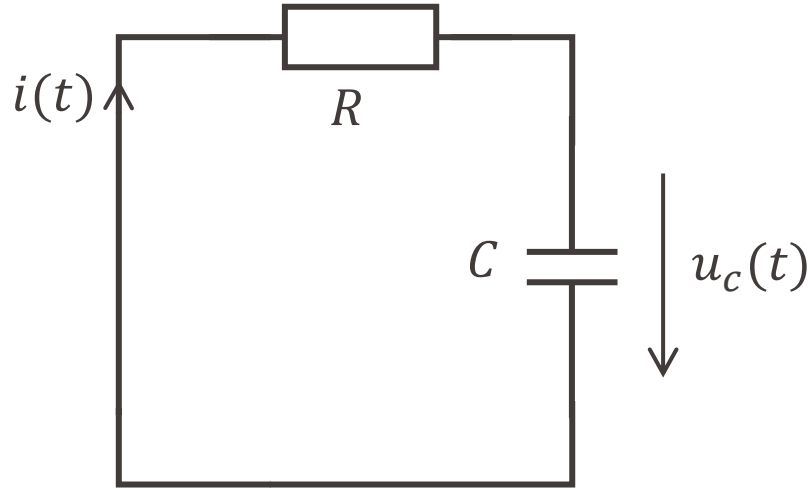


- Lorsque l'on alimente le circuit avec une source de tension, le condensateur se charge
 - La tension du condensateur tend vers une constante
 - Le condensateur est considéré chargé après 5τ (99% de la valeur finale)
 - Le courant tend vers 0 A, correspondant au régime statique



Circuit RC – décharge du condensateur

- On modélise un circuit dépendant du temps t :

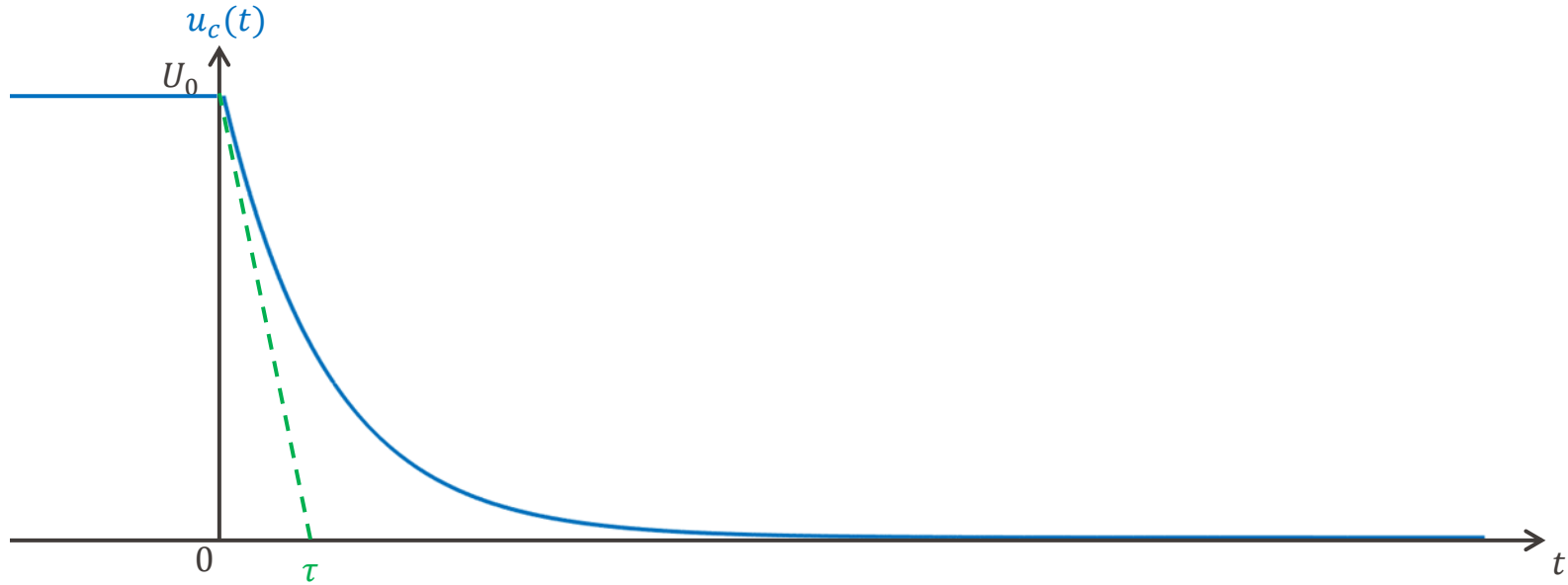


Condition initiale:

$$u_c(0) = U_0$$

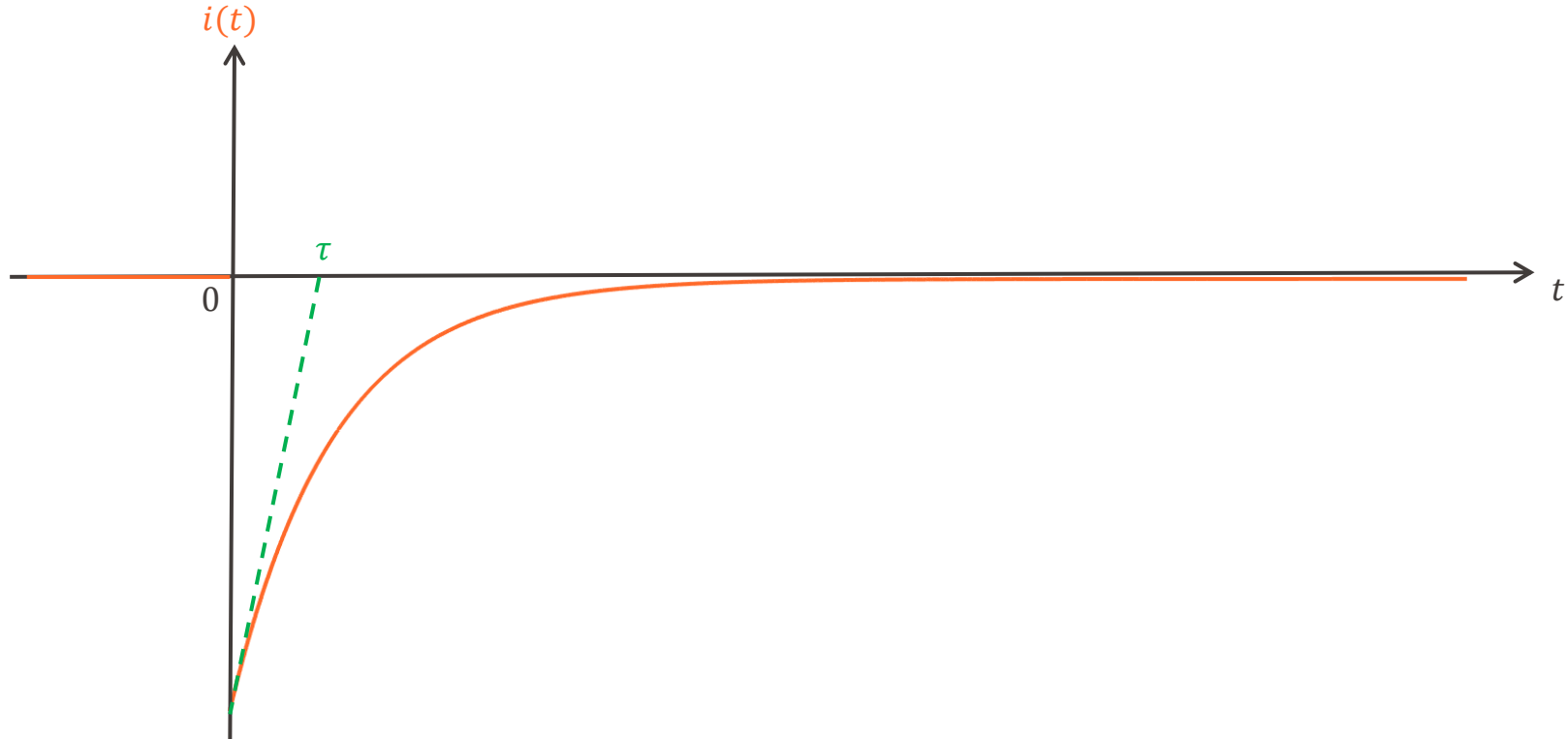
Circuit RC – décharge du condensateur

$$u_c(t) = U_0 e^{-t/\tau}$$

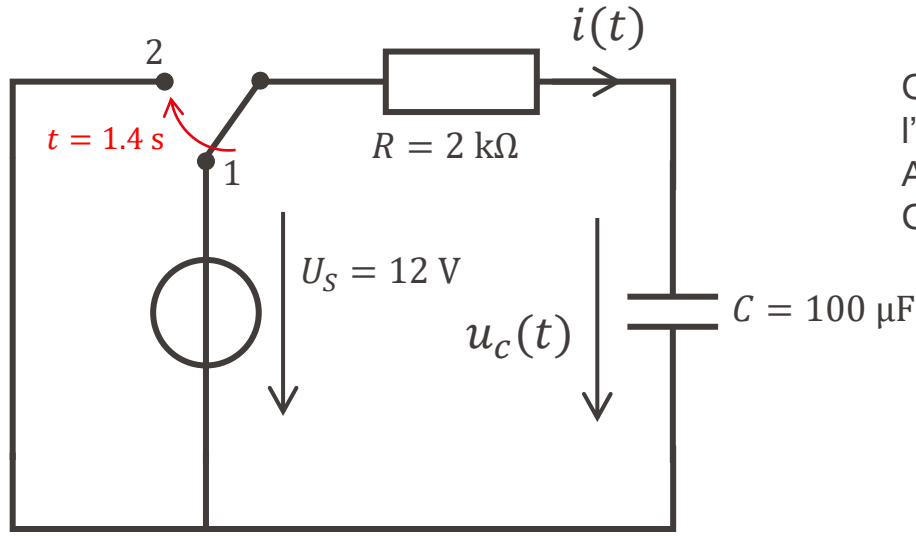


Circuit RC – décharge du condensateur

$$i(t) = -\frac{CU_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$



Circuit RC – exemple



On considère le condensateur initialement déchargé et l'interrupteur est en position 1.

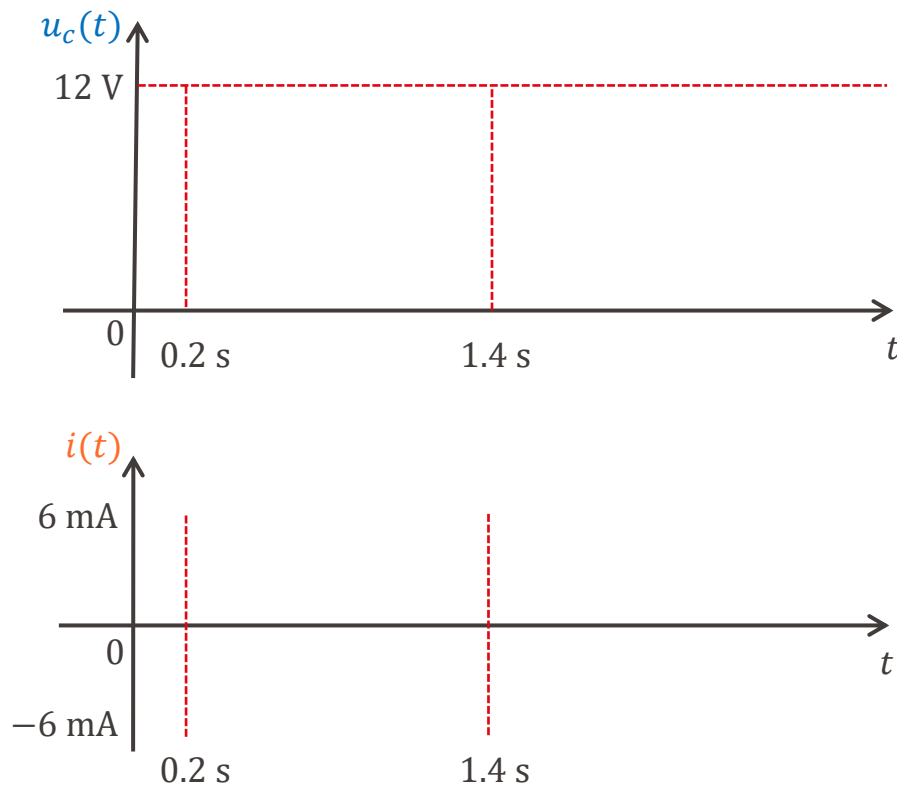
A $t = 1.4\text{ s}$, on bascule l'interrupteur en position 2.

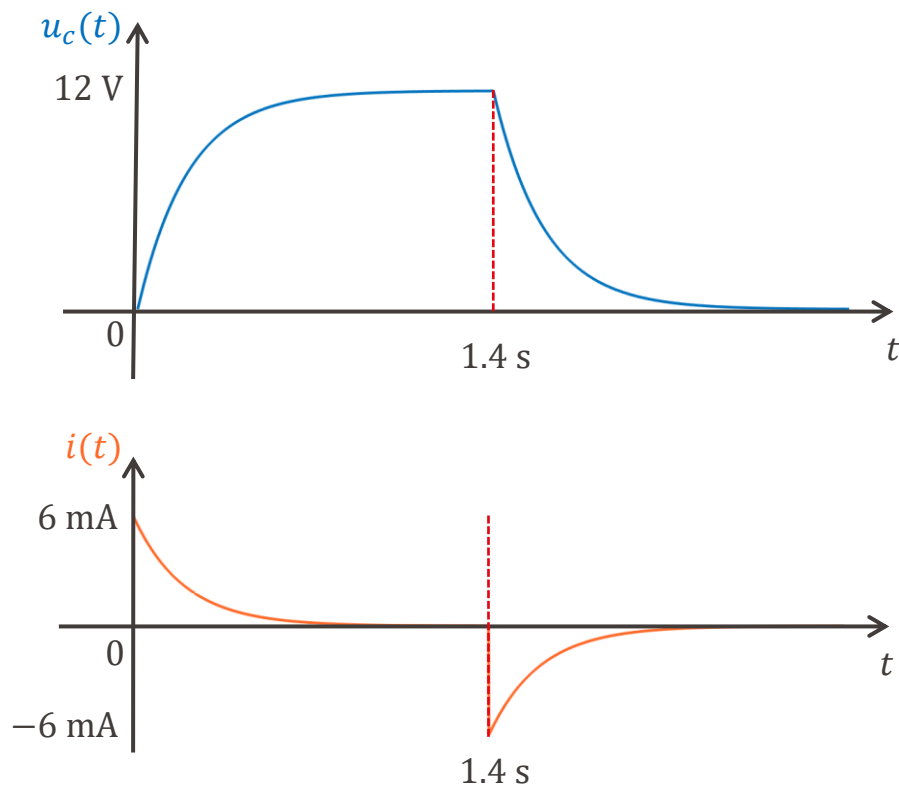
Calculons $u_c(t)$ et $i(t)$

Circuit RC – exemple

Circuit RC – exemple

Circuit RC – exemple





- Un condensateur est un dipôle qui accumule de l'énergie électrostatique en condensant des charges proportionnellement à la tension:

$$Q = CU$$

- Le condensateur est caractérisé par sa **capacité**:

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

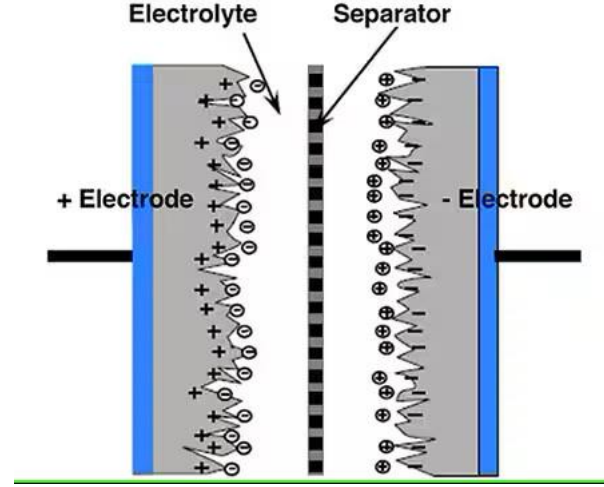
- L'énergie accumulée pour une tension U est:

$$W_c = \frac{1}{2} CU^2$$

- En régime statique, le condensateur se comporte comme un circuit ouvert



- Aujourd'hui, il existe des condensateurs particuliers utilisés pour des applications nécessitant de fortes densités de puissance et d'énergie
 - Recharge rapide de véhicules électriques
 - Démarrage de moteurs
 - ...
- Il s'agit des supercondensateurs
 - Délivrent plus de courant que les condensateurs conventionnels
 - Plus grande durée de vie que les batteries
 - Charges/décharges rapides comparativement aux batteries
- Ils ont des capacités entre le F et le kF!



Pour aller plus loin



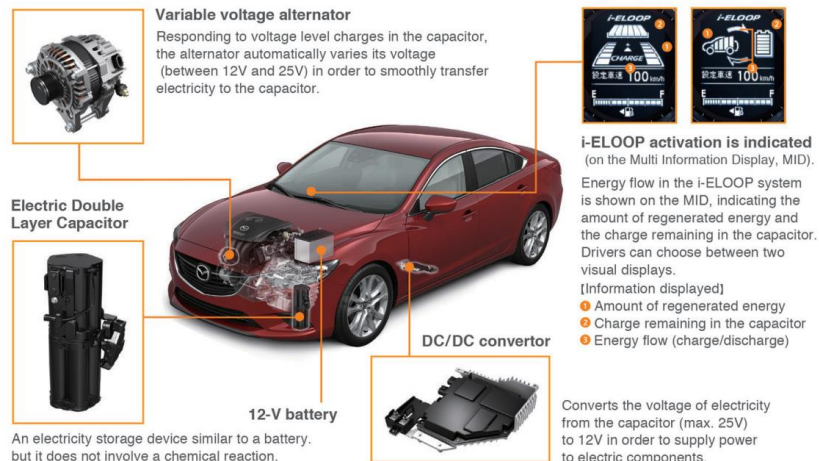
- Utilisés pour des recharges rapides
 - Exemple: système de recharge rapide pour bus électriques TOSA à Genève





- Utilisés pour récupérer de l'énergie lors de freinages
 - Exemple: système de récupération pour fonctions « start & stop » (i-ELOOP Mazda)
 - Exemple: alimentation ponctuelle d'excavatrice (6120B H FS Cat)

■ i-ELOOP System Components



R. Dufy, « La fée électricité »
Musée d'art moderne, Paris



Merci pour votre
attention