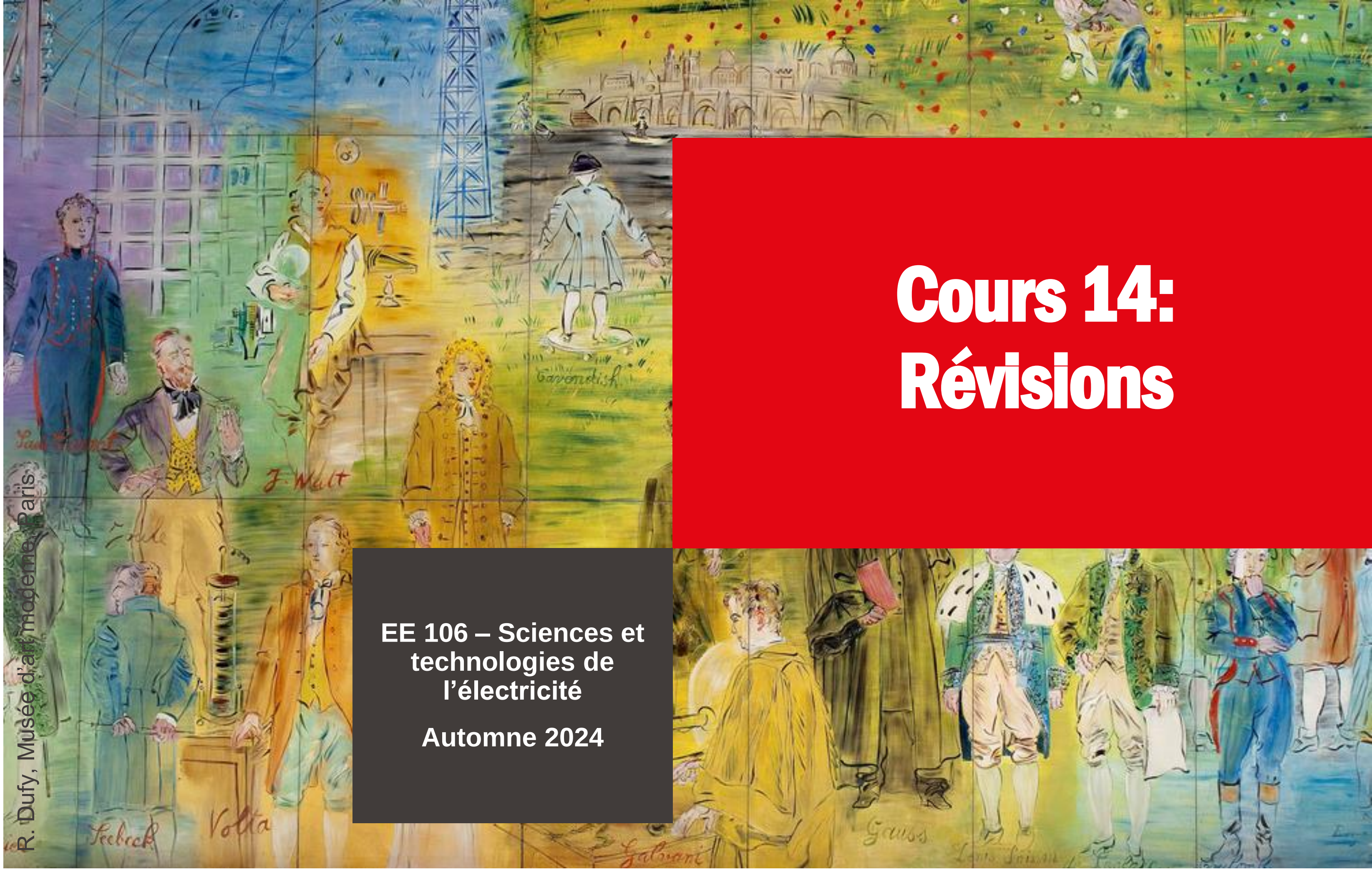
# Cours 14: Révisions

EE 106 – Sciences et technologies de l'électricité

Automne 2024

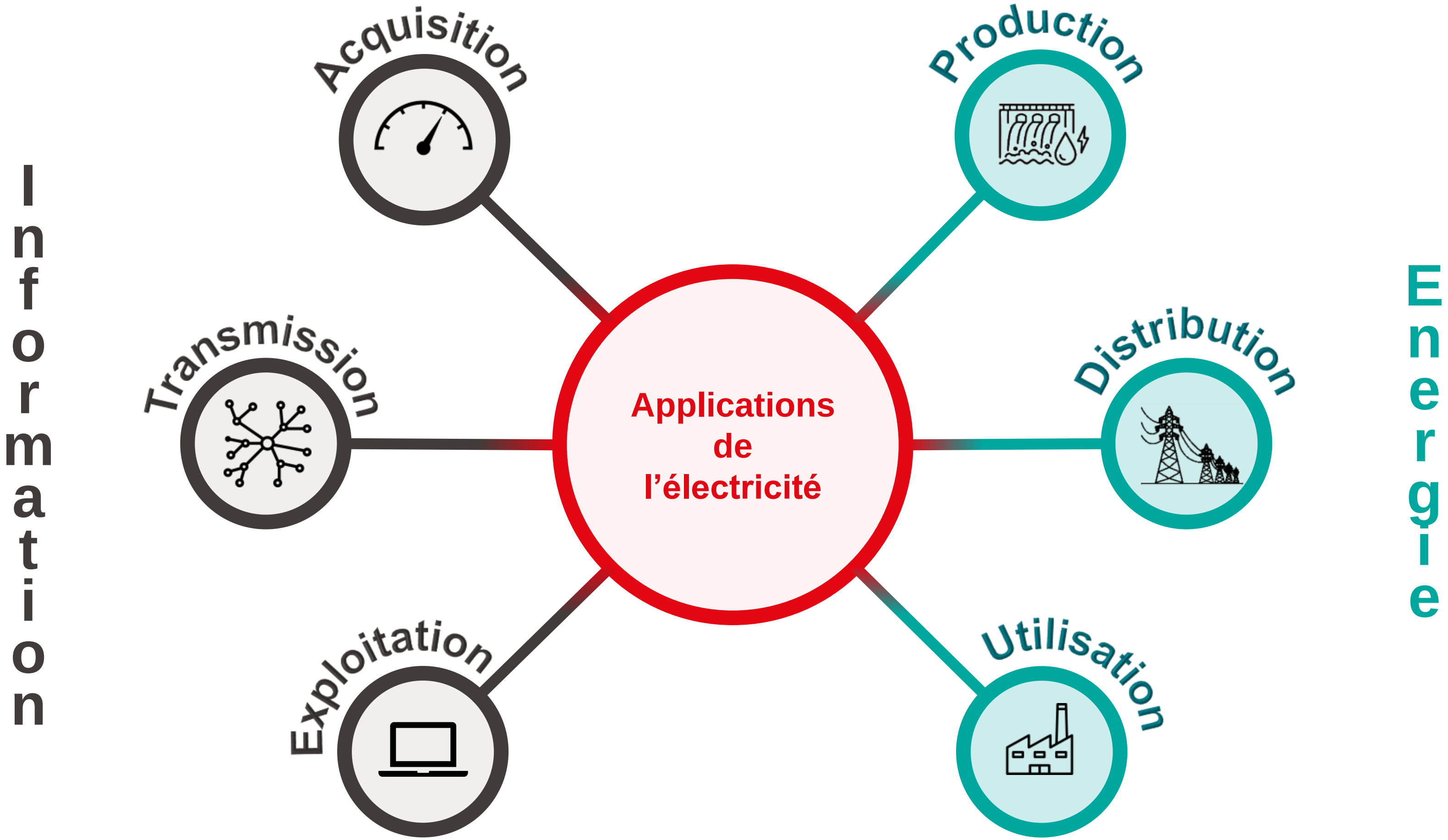



R. Dufy, Musée d'art moderne, Paris


Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

Dr. Christian Lafforgue – christian.lafforgue@epfl.ch

# A quoi sert l'électricité?



# Définitions de base

# Force électrostatique

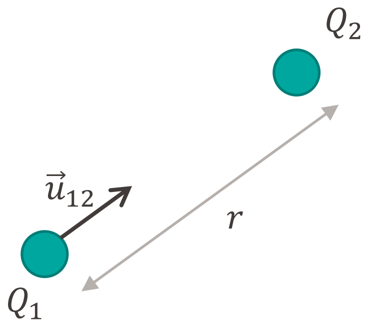
- Loi de Coulomb:

Valeur des charges électriques

Vecteur unitaire

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_{12}}$$

Unité: newton (N)




Distance entre les charges

Force subie par $Q_2$ due à $Q_1$

Permittivité diélectrique

- La permittivité est une propriété du matériau. Dans le vide, elle vaut: $\varepsilon_0 \simeq 8.85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$
- Dans un matériau diélectrique, elle s'écrit: $\boxed{\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r}$

# Force électrostatique – champ électrique




- Comment représenter l'influence d'un environnement sur une charge?

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \underbrace{Q_2}_{\text{Dépend de la particule étudiée}} \cdot \underbrace{\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_{12}}_{\text{Dépend de l'environnement}}}$$

- Le champ électrique d'une charge ponctuelle:

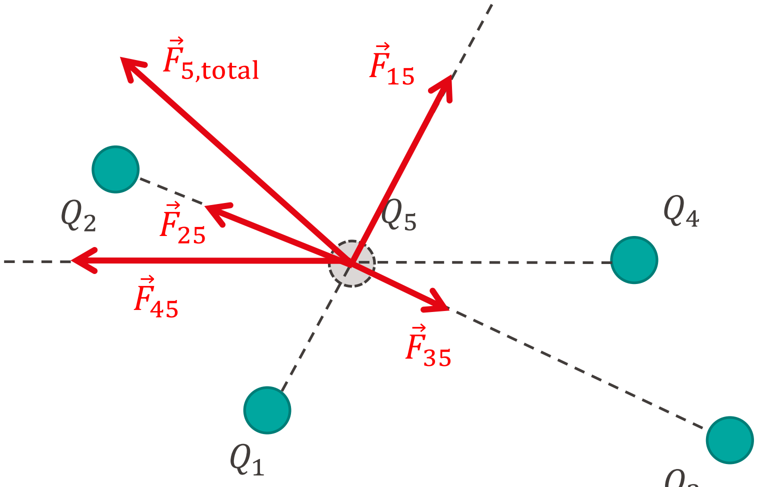
$$\boxed{\vec{E}_1 = \frac{\vec{F}_{12}}{Q_2} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_1}$$

Unité: volt par mètre (V/m)

# Force électrostatique – superposition

C. Lafforgue

- Que se passe-t-il lorsqu'il y a plusieurs charges?
  - Les forces de plusieurs sources s'additionnent (et donc les champs électriques aussi!)




$$\boxed{\vec{F}_{j,\text{total}} = \sum_{k=1}^{N} \vec{F}_{kj} = Q_j \sum_{k=1}^{N} \frac{Q_k}{4\pi\varepsilon r_k^2} \vec{u}_{kj}}$$

$$\boxed{\vec{E}_j = \frac{\vec{F}_{j,\text{total}}}{Q_j} \Rightarrow \vec{E}_j = \sum_{k=1}^{N} \frac{Q_k}{4\pi\varepsilon r_k^2} \vec{u}_{kj}}$$

# Force électrostatique – potentiel électrique

- Le travail mécanique correspond à une variation d'**énergie potentielle**
- L'énergie potentielle dépend de la charge et du champ électrique environnant
- On définit la différence de **potentiel électrique** comme la circulation du champ électrique entre $A$ et $B$

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} E(r)dr$$

- Potentiel électrique d'une charge ponctuelle à une distance $r$:

$$\boxed{V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r} + V_{\mathrm{ref}}}$$

Unité: volt (V)

# Force électrostatique – potentiel électrique

$$\boxed{V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r} + V_{\mathrm{ref}}}$$

- Le potentiel est défini par rapport à une référence.
  - En électromagnétisme, on prend l'infini comme référence, en posant: $\lim_{r\to+\infty} V(r) = 0$

$$\boxed{V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}}$$

  - Dans un circuit, on choisit un point arbitraire comme référence, appelé « masse ».

# Tension électrique



- La tension est la différence de potentiel électrostatique aux bornes d’un composant

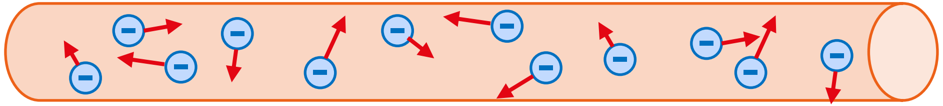

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

# Courant électrique





- Pas de champ électrique: pas de déplacement moyen des charges

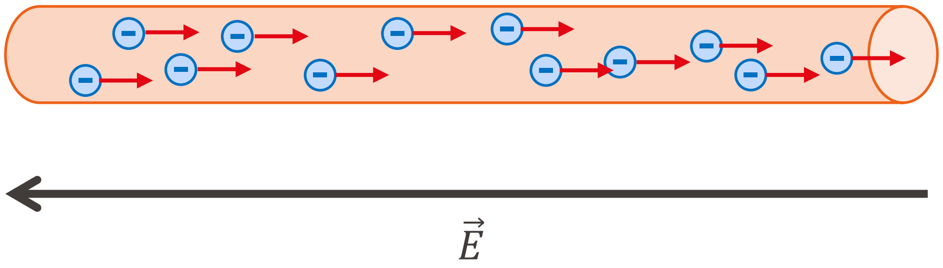


# Courant électrique





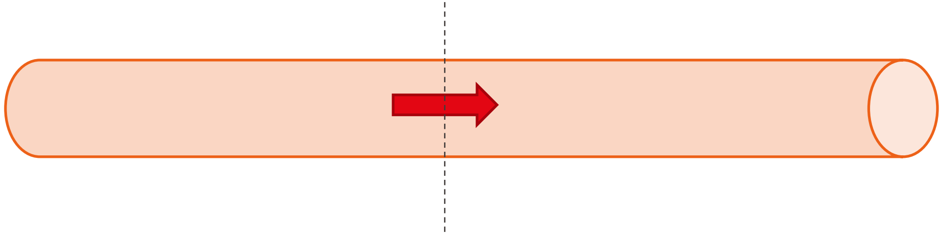
- Champ électrique: déplacement directionnel des charges



# Courant électrique



- On définit le courant électrique comme le flux de charges traversant le matériau (combien de charges passent à un endroit donné pendant un temps donné)



$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}}$$

Unité: ampère (A)

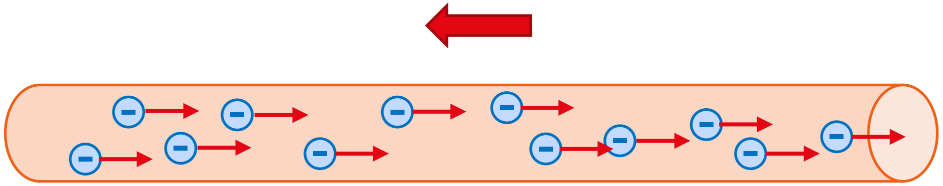
# Courant électrique





- Par convention, le courant électrique est définit comme le **flux de charges positives**
- On définit un sens conventionnel pour représenter le courant graphiquement
  - Le sens conventionnel n'est pas forcément le sens physique de déplacement des charge!

Sens conventionnel (arbitraire)



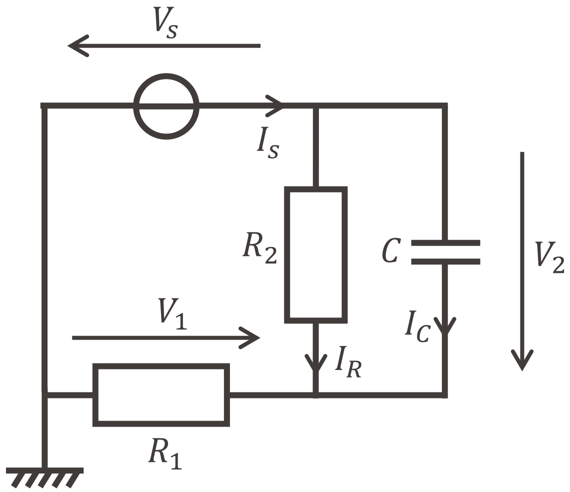
$$I > 0$$

# Courant électrique

- Le courant électrique définit le flux de charge traversant un composant

# Exemple de schéma électrique






- Chaque grandeur peut être positive ou négative
- Le choix des sens conventionnels est arbitraire et libre

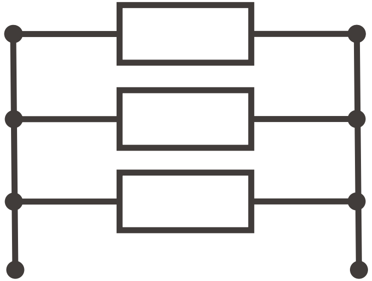
# Circuits électriques

- Un dipôle électrique a deux bornes


- Connexion en série: les éléments sont connectés les uns à la suite des autres

*Les éléments sont parcourus par le même courant*

- Connexion en parallèle: les éléments sont connectés aux mêmes bornes

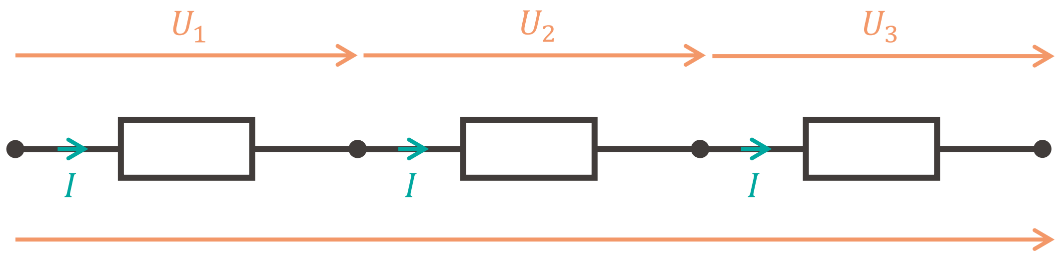


*Les éléments partagent la même tension à leurs bornes*

# Circuits électriques




- Connexion en série: les éléments sont connectés les uns à la suite des autres
  - Le courant est le même dans chaque élément (pas de courant sortant)
  - La tension totale est la somme des tensions individuelles

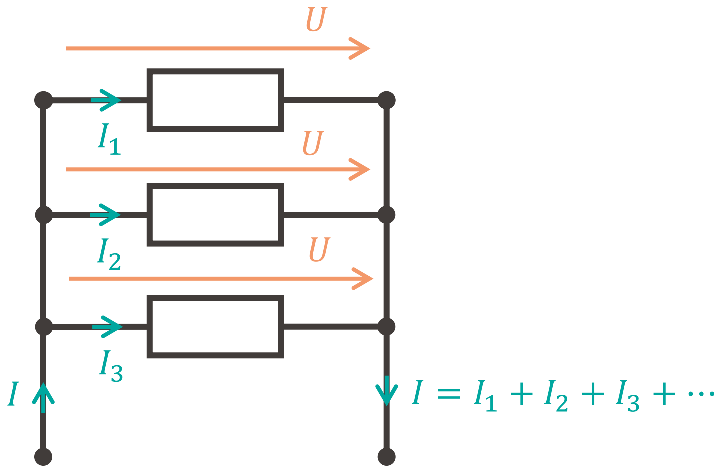



$U = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots$

# Circuits électriques



- Connexion en parallèle: les éléments sont connectés aux mêmes bornes
  - Le courant total est la somme des courants individuels
  - La tension est la même aux bornes de chaque élément individuel (même différence de potentiel)



# Puissance électrique





- La puissance électrique est une grandeur relative à la capacité qu'un composant ou un circuit a à fournir de l'énergie

- Elle est simplement donnée par:

$$P = UI$$

- Plus généralement, on peut écrire:

$$p(t) = u(t)i(t)$$

# Composants passifs

# La résistance

| Symbole | Signification | Grandeur | Unité |
|---|---|---|---|
|  | Résistance | $R$ (résistance) | ohm ($\Omega$) |

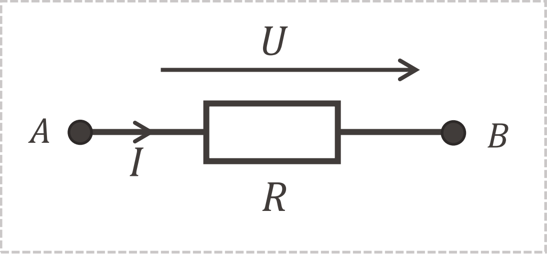
- La résistance est un composant de base utilisé pour:
  - Contrôler tension/courant
  - Convertir l'énergie électrique en chaleur
  - …
- C'est un dipôle passif

# Résistance



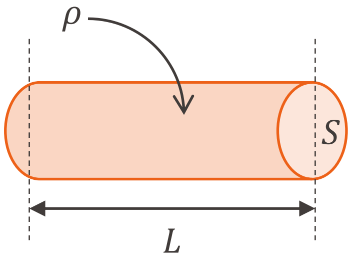
C. Lafforgue

**Loi d'Ohm:** $\boldsymbol{U = RI}$



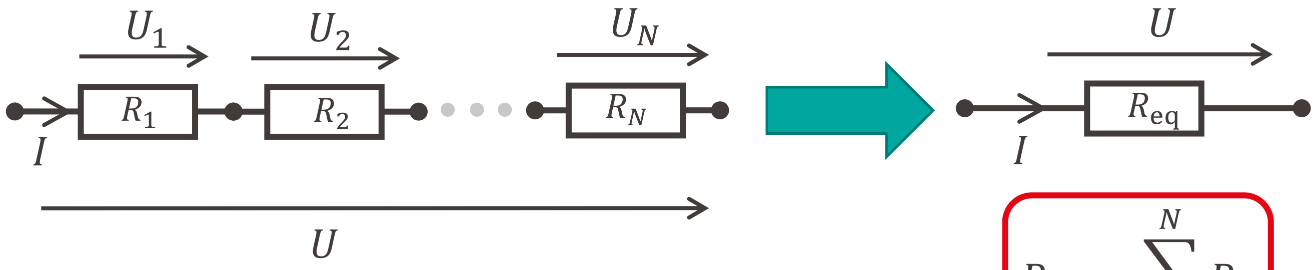

- La résistance dépend:
  - Du matériau → **résistivité** $\rho$ (unité: $\Omega \cdot \mathrm{m}$)
  - De la distance parcourue → **longueur** $L$ (unité: $\mathrm{m}$)
  - De la section transversale → **surface** $S$ (unité: $\mathrm{m}^2$)

$$R = \frac{\rho L}{S}$$



# Agencement en série

- Plus généralement:

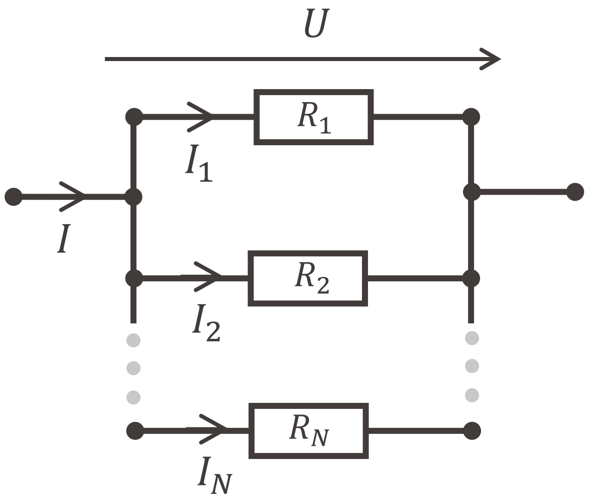


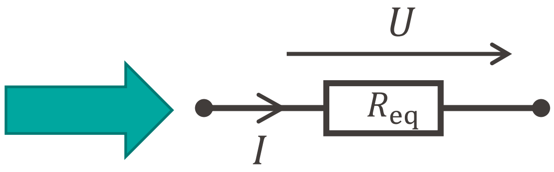

$$\boxed{R_{eq} = \sum_{k=1}^{N} R_k}$$

- **Remarque:** la résistance équivalente est plus grande que la plus grande des résistances individuelles en série

# Agencement en parallèle

- Plus généralement:




$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k} \quad / \quad G_{eq} = \sum_{k=1}^{N} G_k$$

- **Remarque:** la résistance équivalente est plus petite que la plus petite des résistances individuelles en parallèle


C. Lafforgue

# Le condensateur

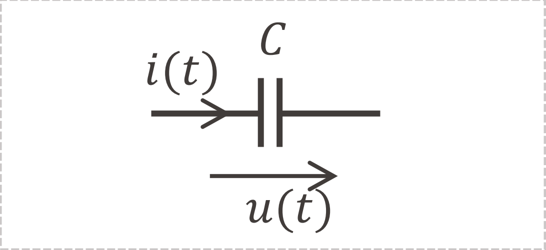



| Symbole | Signification | Grandeur | Unité |
|---|---|---|---|
| —\|\|— | Condensateur | $C$ (capacité) | farad ($\mathrm{F}$) |

- Le condensateur est un composant de base utilisé pour:
  - Le stockage d'énergie
  - Le filtrage de signaux parasites
  - La protection de systèmes électriques sensibles
  - …
- C'est un dipôle passif

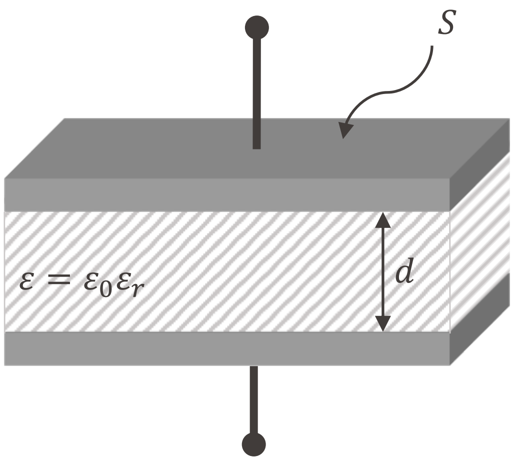
# Le condensateur plan

**Equation:** $\boldsymbol{i(t) = C\frac{du}{dt}(t)}$




- Le condensateur est caractérisé par:
  - Une surface $S$
  - Une séparation $d$
  - Une permittivité diélectrique $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

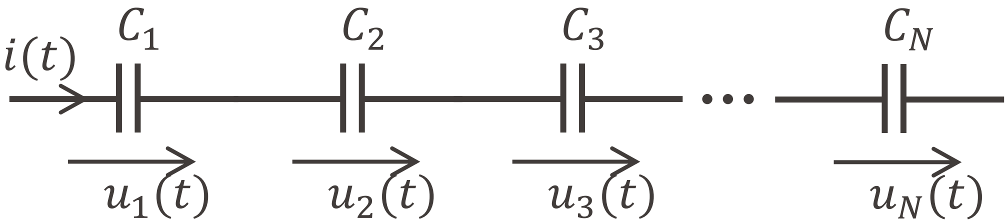
$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$



# Agencement de condensateurs

C. Lafforgue

**Condensateurs en série**



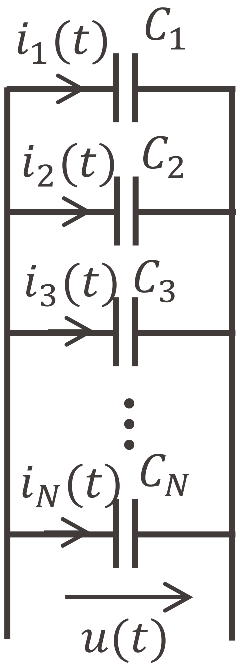

$$\boxed{\frac{1}{C_{\mathrm{eq}}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{C_k}}$$

# Agencement de condensateurs



C. Lafforgue

## Condensateurs en parallèle




$$\boxed{C_{\mathrm{eq}} = \sum_{k=1}^{N} C_k}$$

C. Lafforgue

# L’inductance

| Symbole | Signification | Grandeur | Unité |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Inductance, bobine | $L$ (inductance) | henry (H) |

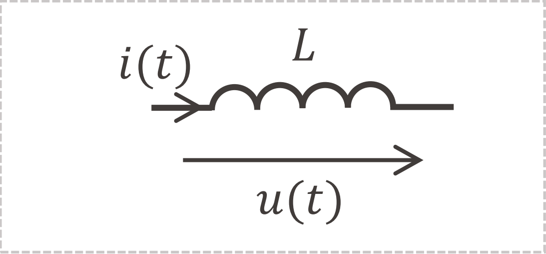
- L’inductance est un composant de base utilisé pour:
    - Le stockage d’énergie
    - Le filtrage de signaux parasites
    - La protection de systèmes électriques sensibles
    - …
- C’est un dipôle passif

# L'inductance



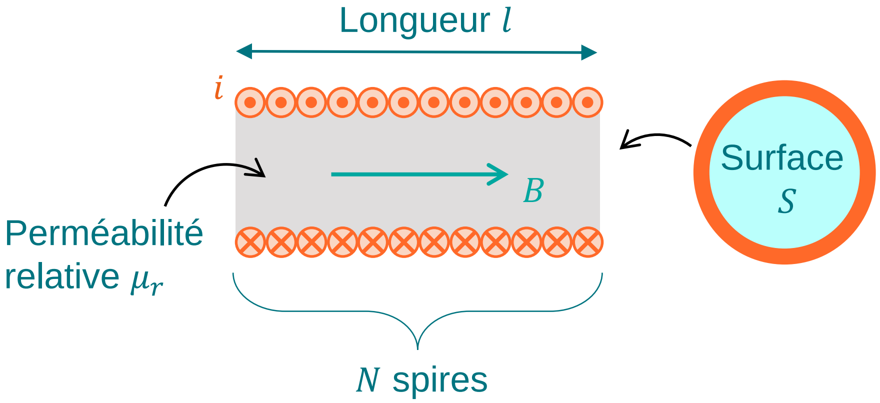


Equation: $\boldsymbol{u(t) = L\frac{di}{dt}(t)}$




- L'inductance est caractérisée par:
  - Sa longueur $l$
  - Son nombre de spire $N$
  - Sa surface (d'une spire) $S$
  - Le matériau de son cœur

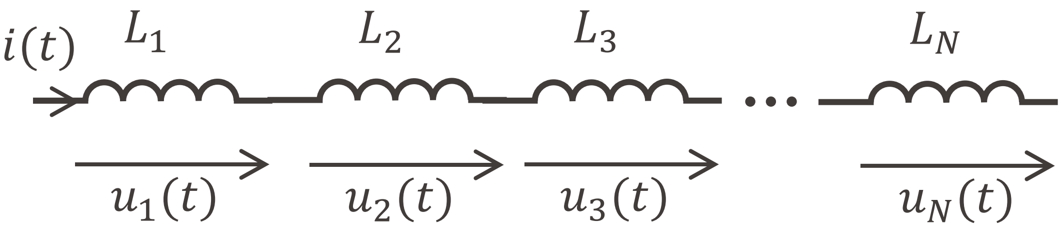
$$L = \frac{\mu N^2 S}{l}$$



# Agencement d'inductances




**inductances en série**



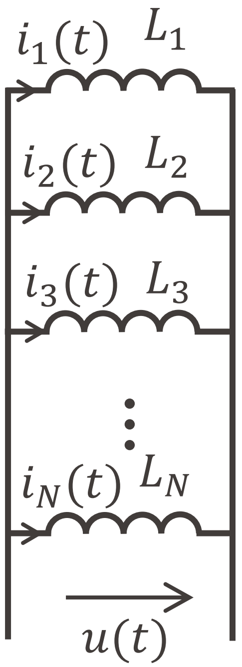

$$\boxed{L_{\text{eq}} = \sum_{k=1}^{N} L_k}$$

# Agencement d'inductances



C. Lafforgue

## Inductances en parallèle




$$\boxed{\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{L_k}}$$

# Lois et théorèmes

C. Lafforgue

# Lois de Kirchhoff

- Les lois de Kirchhoff complètent la définition mathématique du problème
- Deux lois sont formulées:
  - Loi des nœuds
  - Loi des mailles
- Il est important de faire un schéma clair pour ne pas s'emmêler les pinceaux!

$N$ branches

$$\boxed{\sum_{k=1}^{N} i_k(t) = 0}$$

Courant dans la branche $k$

$N$ dipôles dans la maille

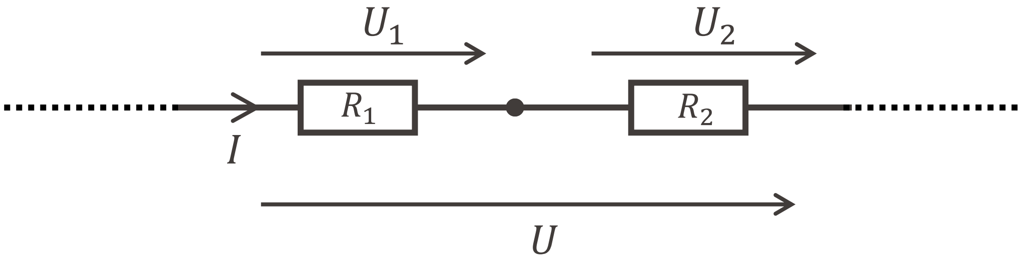
$$\boxed{\sum_{k=1}^{N} u_k(t) = 0}$$

Tension aux bornes du dipôle $k$

C. Lafforgue

# Diviseurs de tension

- On fixe $U$. Que valent $U_1$ et $U_2$?




Loi des mailles:

$$U = U_1 + U_2$$

Loi d'Ohm:

$$U_1 = R_1 I$$
$$U_2 = R_2 I$$

Résistance équivalente:

$$U = (R_1 + R_2) I$$
$$\Rightarrow I = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

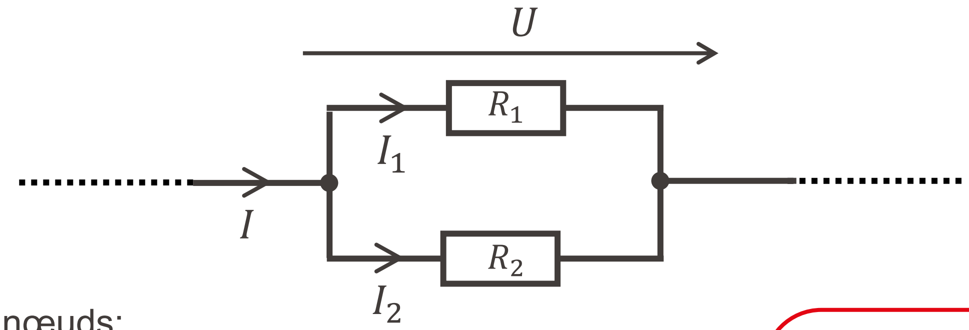
En substituant:

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

# Diviseurs de courant

- On fixe $I$. Que valent $I_1$ et $I_2$?




Loi des nœuds:

$$I = I_1 + I_2$$

Loi d'Ohm:

$$U = R_1 I_1$$
$$U = R_2 I_2$$

Résistance équivalente:

$$U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

En substituant:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

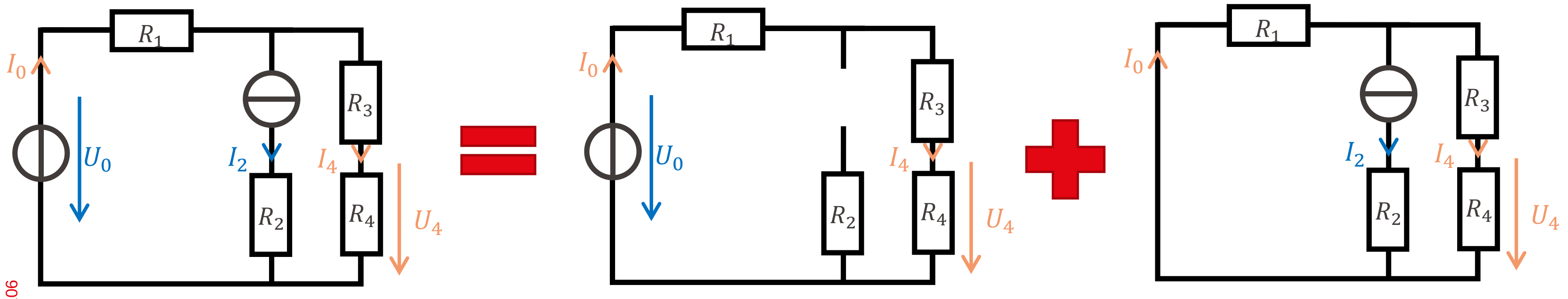
$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

# Principe de superposition



C. Lafforgue

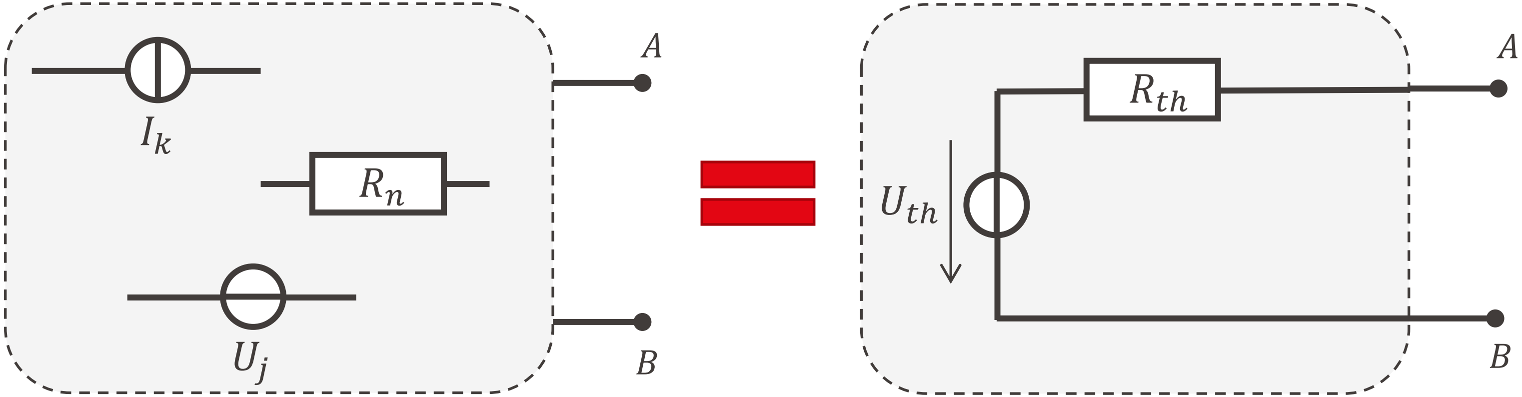
- Le principe de superposition permet de séparer un problème à $N$ sources en $N$ problèmes à une source
  - Particulièrement utile pour résoudre les systèmes à plusieurs sources
- Une source de tension éteinte est un « court-circuit »
- Une source de courant éteinte est un « circuit ouvert »



# Théorème de Thévenin

C. Lafforgue

- **Objectif:** Remplacer un circuit complexe par une source de tension et une résistance en série



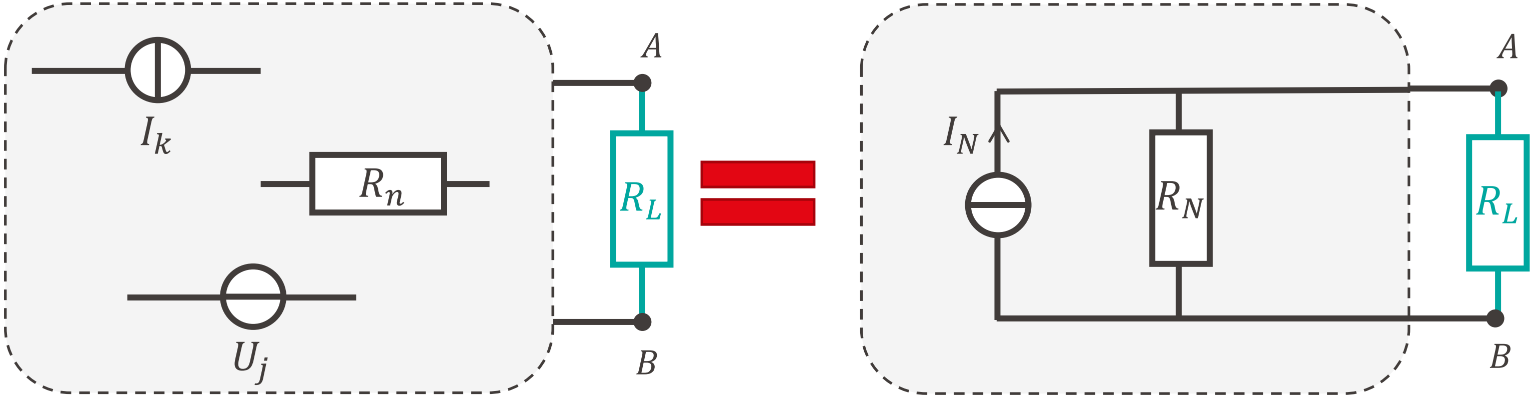
# Théorème de Thévenin

- **Objectif:** Remplacer un circuit complexe par une source de tension et une résistance en série

- **Procédure:**
  - Identifier clairement les bornes de sortie du circuit à remplacer
  - Calculer ou mesurer la **tension à vide** (tensions entre A et B **sans charge**)
  - Calculer ou mesurer la résistance **vue par les bornes A et B** (en éteignant toutes les sources)

# Théorème de Norton

- **Objectif:** Remplacer un circuit complexe par une source de courant et une résistance en parallèle



# Théorème de Norton



- **Objectif:** Remplacer un circuit complexe par une source de courant et une résistance en parallèle

- **Procédure:**
  - Identifier clairement les bornes de sortie du circuit à remplacer
  - Calculer ou mesurer le **courant de court-circuit** (courant dans la branche AB pour une **charge nulle**)
  - Calculer ou mesurer la résistance **vue par les bornes A et B** (en éteignant toutes les sources)

# Régime transitoire

# Régime transitoire

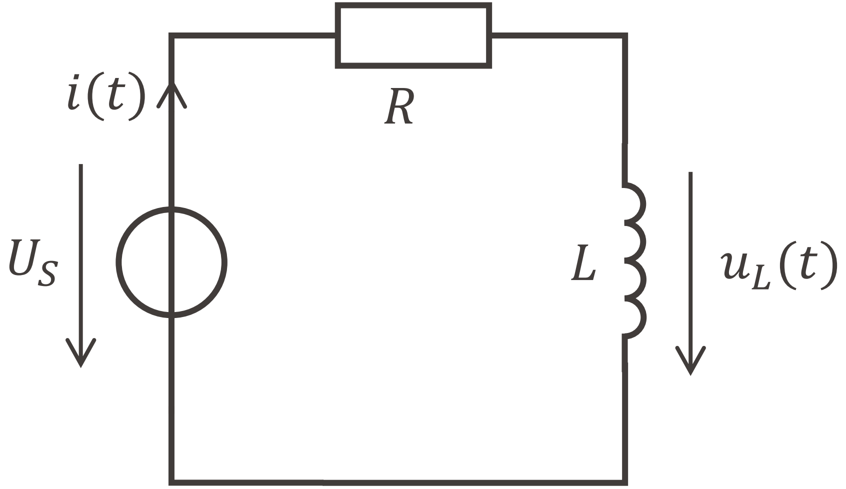
- Les condensateurs et inductances ont une réaction dynamique: les évolutions de courant et tension ne sont pas instantanées
- Les circuits sont régis par des équations différentielles

# Circuit RL





- On modélise un circuit dépendant du temps $t$:




Loi des mailles:

$$U_S = Ri(t) + u_L(t)$$

Relation caractéristique de l'inductance

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}(t)$$

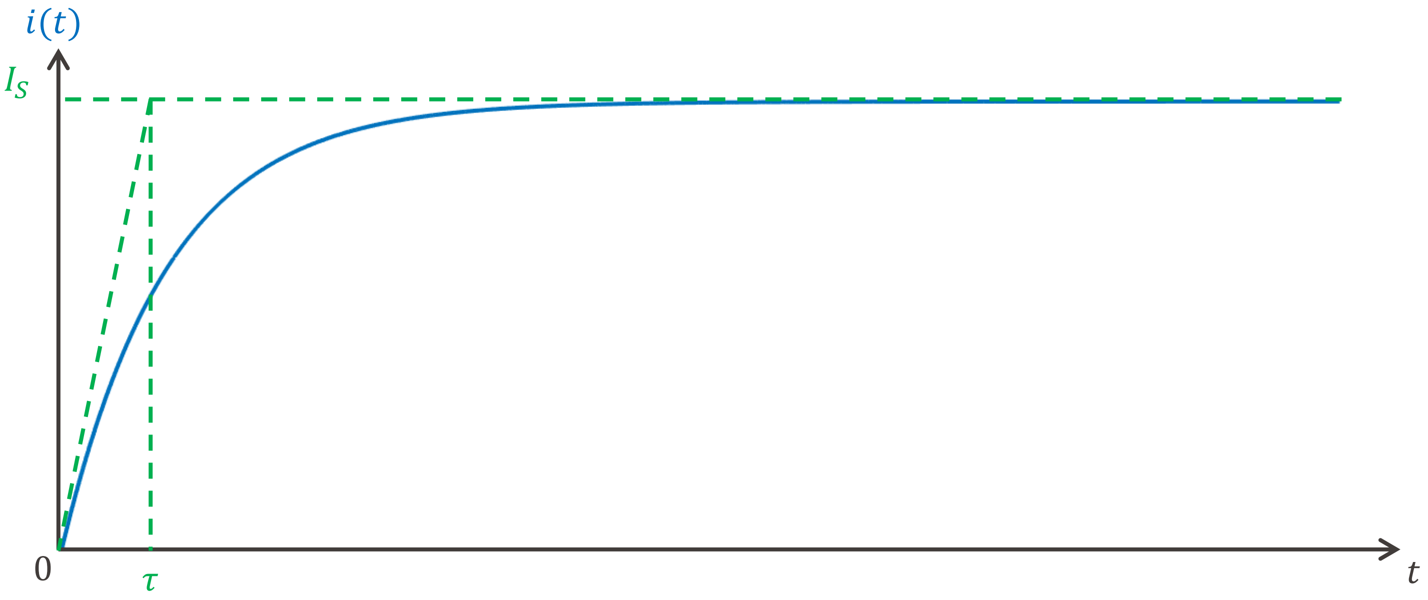
Donc on obtient:

$$U_S = L\frac{di}{dt}(t) + Ri(t)$$

$$\boxed{\frac{di}{dt}(t) + \frac{R}{L}i(t) = \frac{1}{L}U_S}$$

# Circuit RL

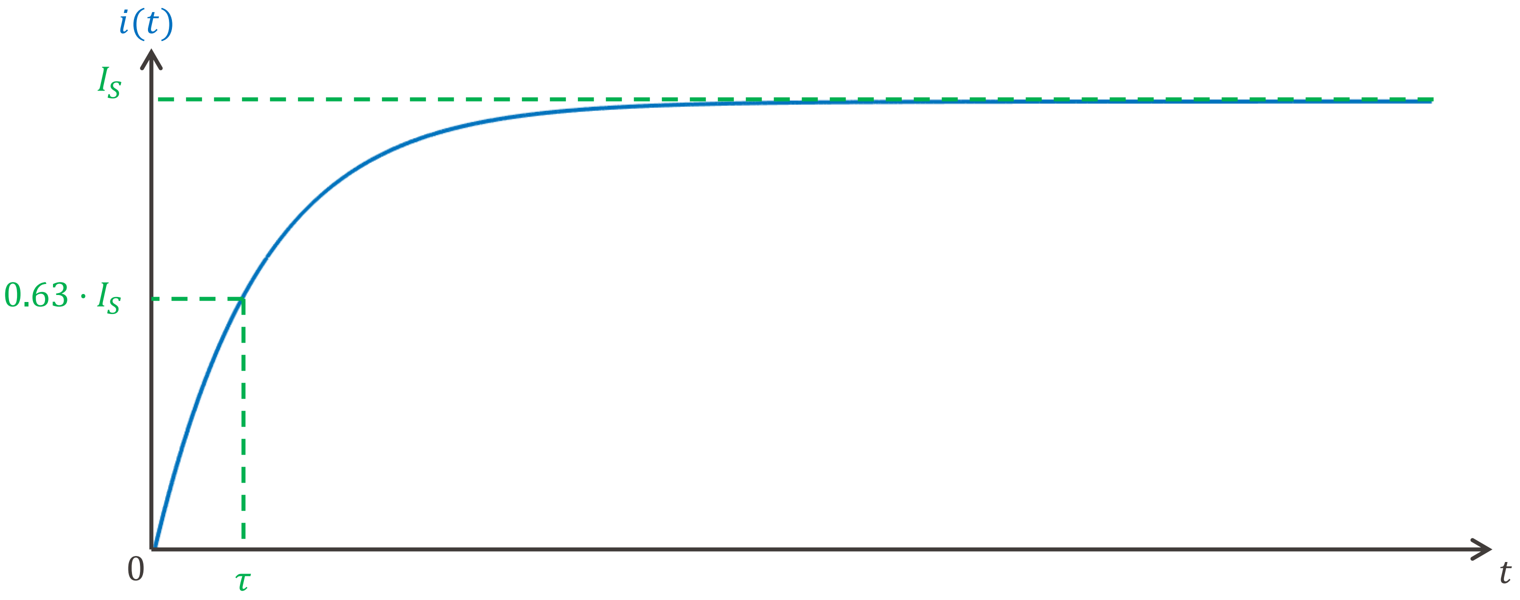
$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



# Circuit RL



$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

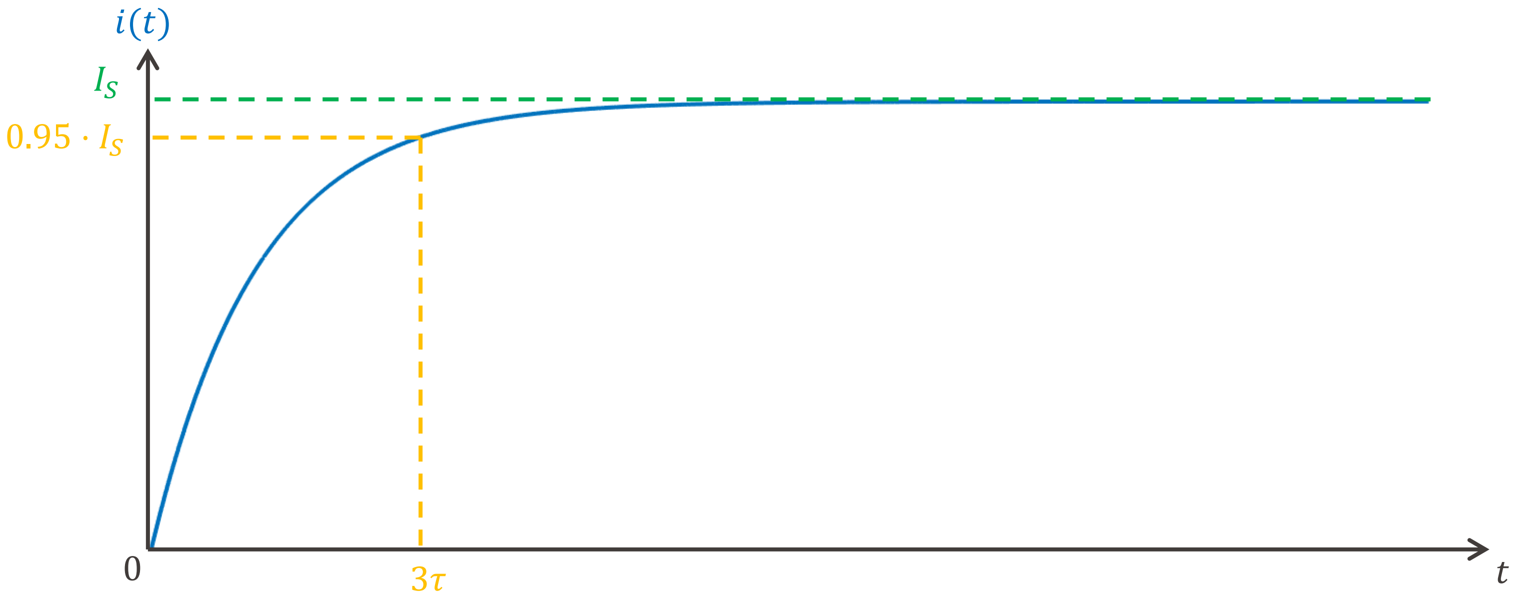


# Circuit RL





$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

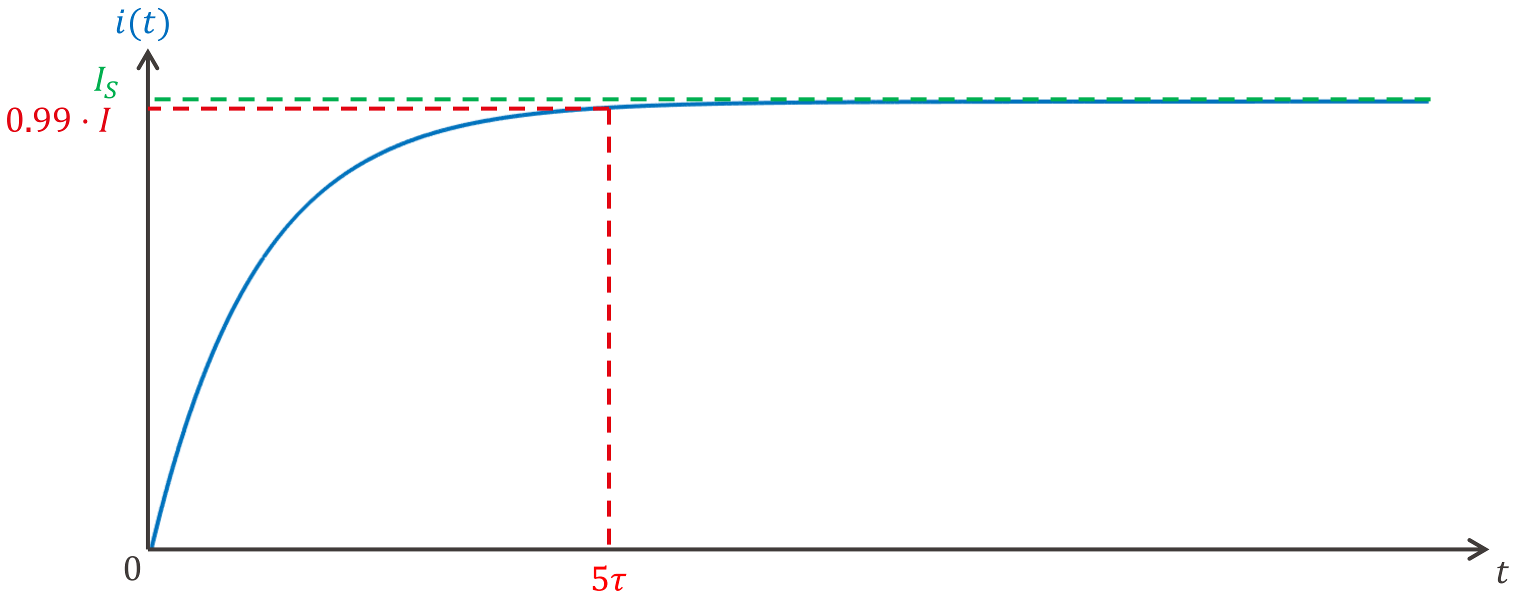


# Circuit RL



C. Lafforgue

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



# Régime permanent sinusoïdal

# Signaux alternatifs





- **Définition:** On appelle régime permanent sinusoïdal un régime dans lequel courants et tensions évoluent périodiquement sous forme de signaux sinusoïdaux **une fois le régime transitoire passé.**

  - Par exemple, dans les circuits vus précédemment, le régime transitoire est passé lorsque $t > 5\tau$

# Signaux alternatifs



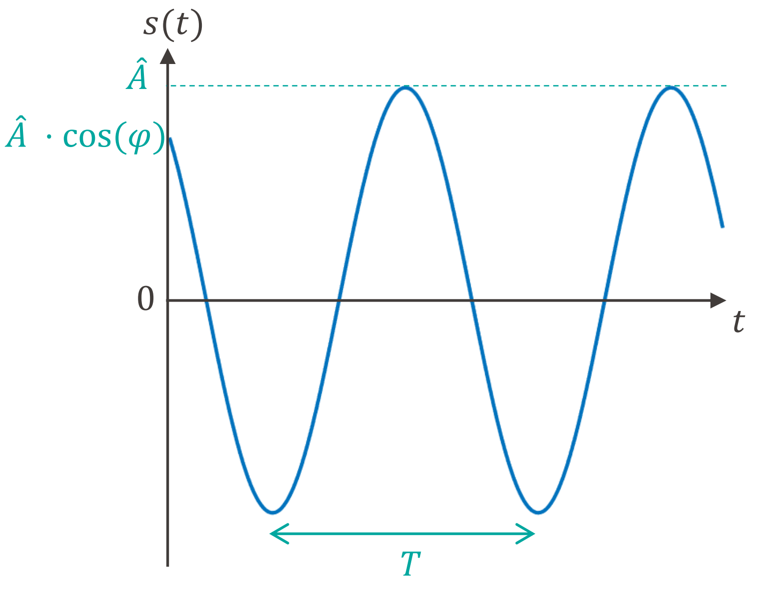


Pulsation $(= 2\pi f)$

$$s(t) = \hat{A} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Amplitude (crête)

Phase



# Signaux alternatifs

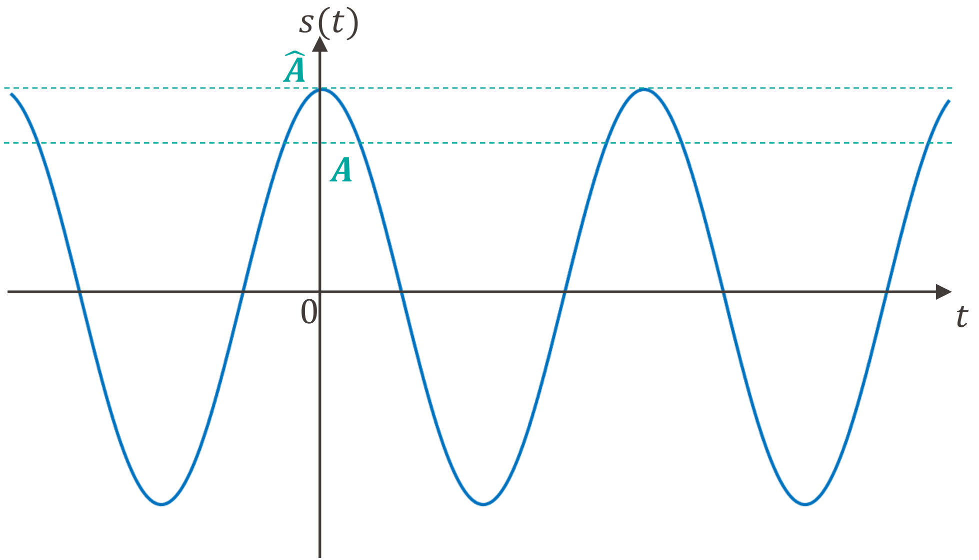




- L’amplitude:
  - Aussi appelée valeur crête
  - Correspond à la valeur maximale du signal

- Autre paramètre lié: la valeur efficace

$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s(t)^2 dt} = \frac{\hat{A}}{\sqrt{2}}$$



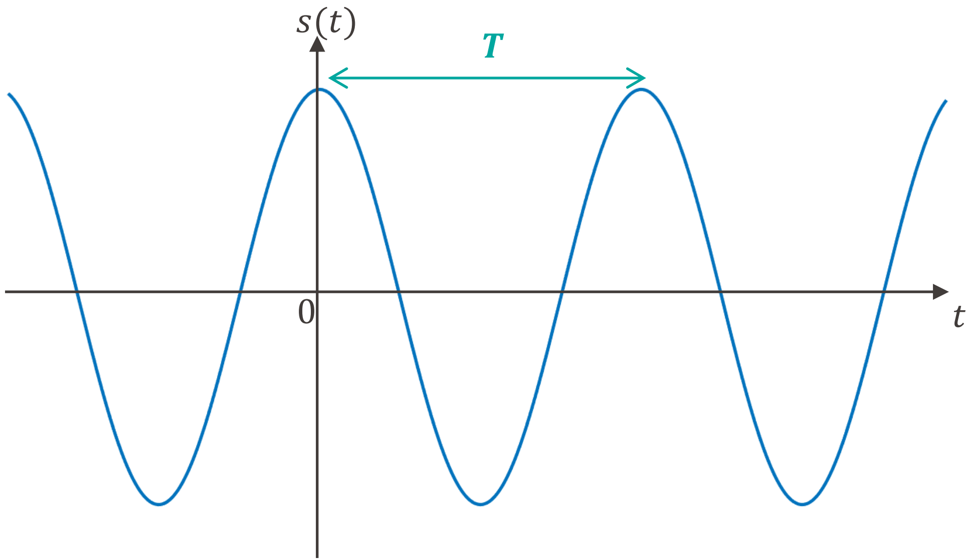
# Signaux alternatifs



C. Lafforgue

- La pulsation:
  - Liée à la périodicité du signal

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

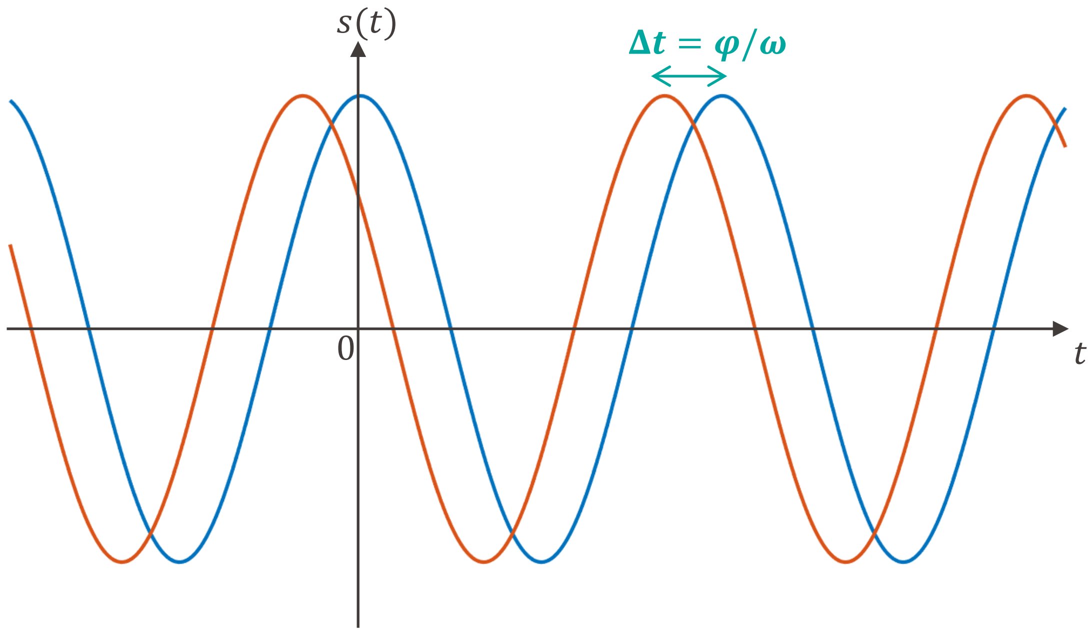



  - $T$ s'exprime en seconde (s)
  - $f$ s'exprime en hertz (Hz)
  - $\omega$ s'exprime en radian par seconde (rad/s, ou $s^{-1}$)

C. Lafforgue

# Signaux alternatifs

- La phase:
  - Traduit le retard d'un signal
  - $\varphi$ s'exprime en radian (rad)



# Signaux alternatifs – Formalisme complexe



- Que pouvons-nous faire?
  - Les fonctions trigonométriques ont d'autres propriétés intéressantes…
  - … liées aux **nombres complexes**

- Nombres complexes:
  - On considère $\underline{x} \in \mathbb{C}$
  - Le cours de maths nous dit que $\underline{x} = \hat{X}(\cos(\theta) + j\sin(\theta)) = \hat{X}e^{j\theta}$
  - Donc $Re[\underline{x}] = \hat{X}\cos(\theta) = Re[\hat{X}e^{j\theta}]$
  - En appliquant à notre cas: $\hat{A}\cos(\omega t + \varphi) = Re[\hat{A}e^{j(\omega t + \varphi)}]$

# Signaux alternatifs – Formalisme complexe

- Exemple:
  - $u(t) = \widehat{U}\cos(\omega t + \varphi)$
  - On définit une tension complexe assosciée:

$$\underline{u}(t) = \widehat{U}e^{j(\omega t+\varphi)}$$

  - On a alors:

$$u(t) = Re\left[\underline{u}(t)\right]$$

  - On peut alors étudier les circuits avec les grandeurs sous forme complexe, et on prend la partie réelle du résultat.

# Signaux alternatifs – Formalisme complexe



C. Lafforgue

- On voit qu'en régime permanent sinusoïdal il y a deux grandeurs à déterminer:
  - L'amplitude $\hat{X}$
  - La phase $\varphi$

- On définit alors les **phaseurs:**

Phaseur instantané:

$$\underline{x}(t) = \hat{X}e^{j(\omega t+\varphi)}$$

Phaseur crête:

$$\underline{\hat{X}} = \hat{X}e^{j\varphi}$$

Phaseur efficace:

$$\underline{X} = Xe^{j\varphi}$$

# L'impédance



- On remarque que dans tous les cas, tension et courant **sous leur forme de phaseur** sont proportionnels
  - En formalisme complexe, on obtient aussi une forme de loi d'Ohm!
  - Cette loi s'écrit $\underline{U} = \underline{Z}\ \underline{I}$
  - $\underline{Z}$ est appelée **impédance**
  - Pour une résistance:

$$\underline{Z} = R$$

  - Pour un condensateur:

$$\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega}$$

  - Pour une inductance:

$$\underline{Z} = jL\omega$$

# L'impédance





- Propriétés
  - L'impédance $\underline{Z}$ **est un nombre complexe**
  - Elle depend de la pulsation (et donc de la fréquence)
  - Elle est homogène à des ohms ($\Omega$)

# L'impédance



- Grandeurs associées:
  - On peut aussi écrire

$$\underline{I} = \underline{Y}\,\underline{U}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

  - $\underline{Y}$ est appelée **admittance**

  - L'impédance $\underline{Z}$ peut avoir une partie réelle et/ou une partie imaginaire

$$\underline{Z} = R + jX$$

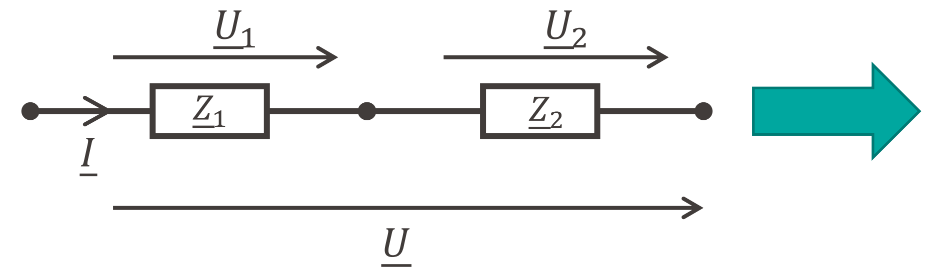
  - La partie réelle $R$ est appelée **résistance**
  - La partie imaginaire $X$ est appelée **réactance**

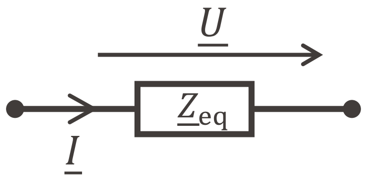
# L'impédance

| Composant | Loi | $\underline{Z}$ | $\lvert\underline{Z}\rvert$ | $\arg(\underline{Z})$ |
|---|---|---|---|---|
| Résistance  $R$ | $u(t) = Ri(t)$ | $R$ | $R$ | 0 |
| Condensateur  $C$ | $i(t) = C\dfrac{du}{dt}(t)$ | $\dfrac{1}{jC\omega}$ | $\dfrac{1}{C\omega}$ | $-\dfrac{\pi}{2}$ |
| Inductance  $L$ | $u(t) = L\dfrac{di}{dt}(t)$ | $jL\omega$ | $L\omega$ | $\dfrac{\pi}{2}$ |

# Agencement en série

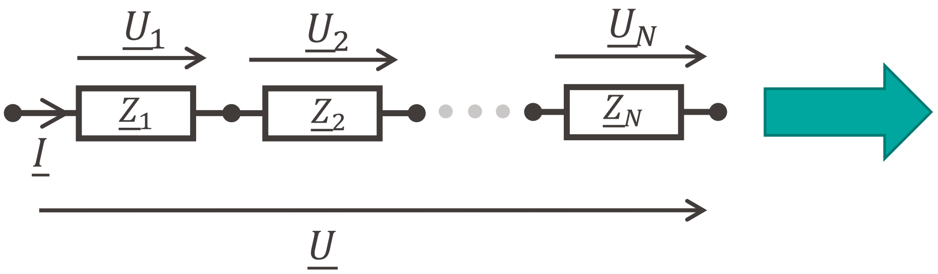
- Deux résistances en série s'additionnent:

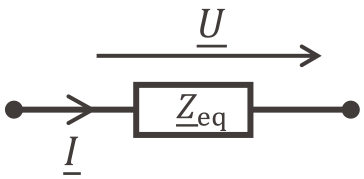



$$\underline{Z}_{\mathrm{eq}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

- Plus généralement:



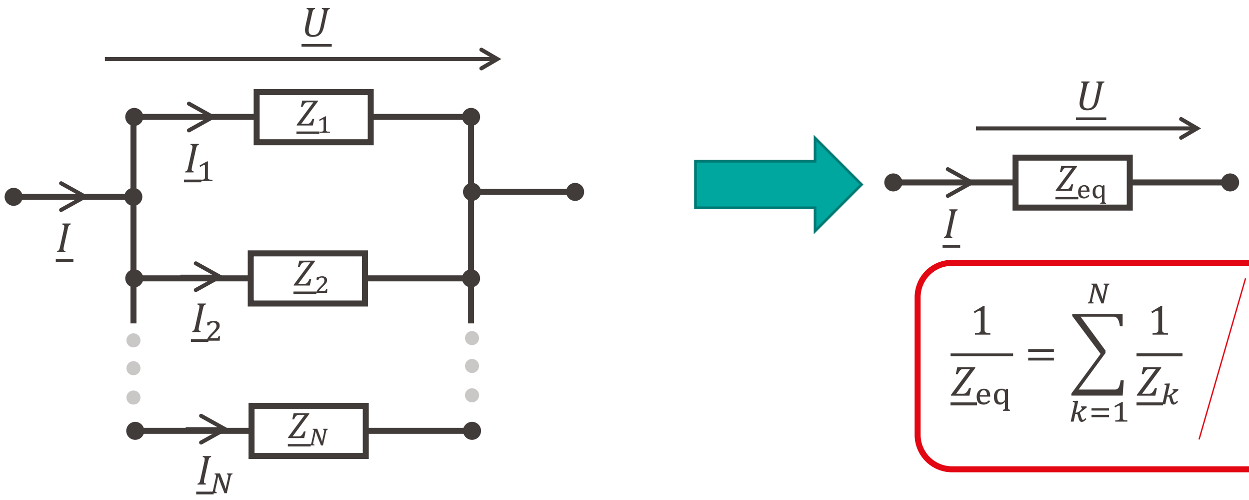

$$\boxed{\underline{Z}_{\mathrm{eq}} = \sum_{k=1}^{N} \underline{Z}_k}$$

# Agencement en parallèle





- Plus généralement:

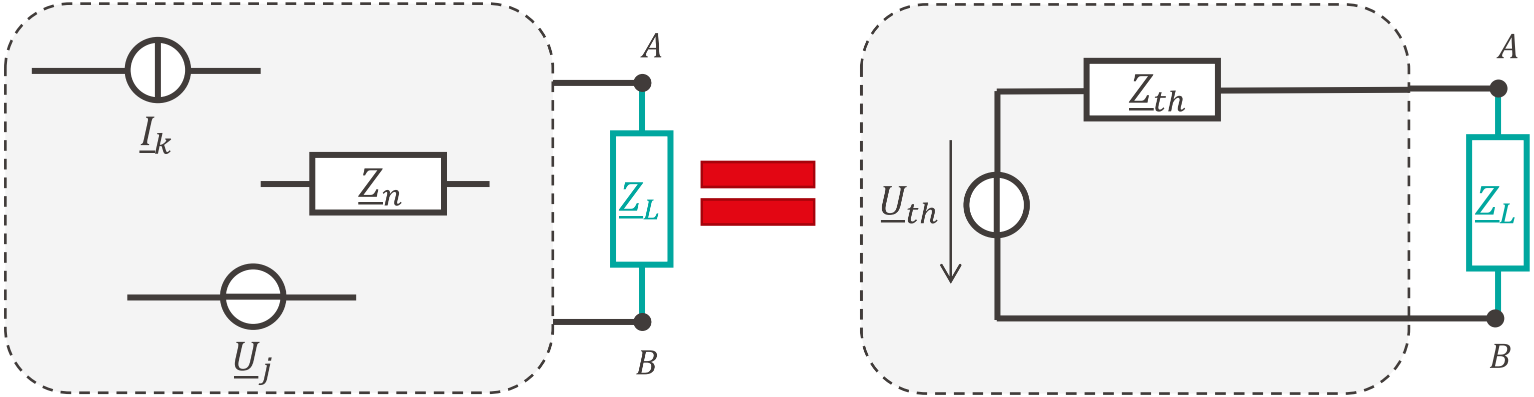



$$\frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{eq}}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{\underline{Z}_k} \;/\; \underline{Y}_{\mathrm{eq}} = \sum_{k=1}^{N} \underline{Y}_k$$

- **Remarque:** la résistance équivalente est plus petite que la plus petite des résistances individuelles en parallèle

# Théorème de Thévenin

- **Objectif:** Remplacer un circuit (à une fréquence donnée) par une source de tension et une impédance en série



# Théorème de Thévenin





- **Objectif:** Remplacer un circuit (à une fréquence donnée) par une source de tension et une impédance en série

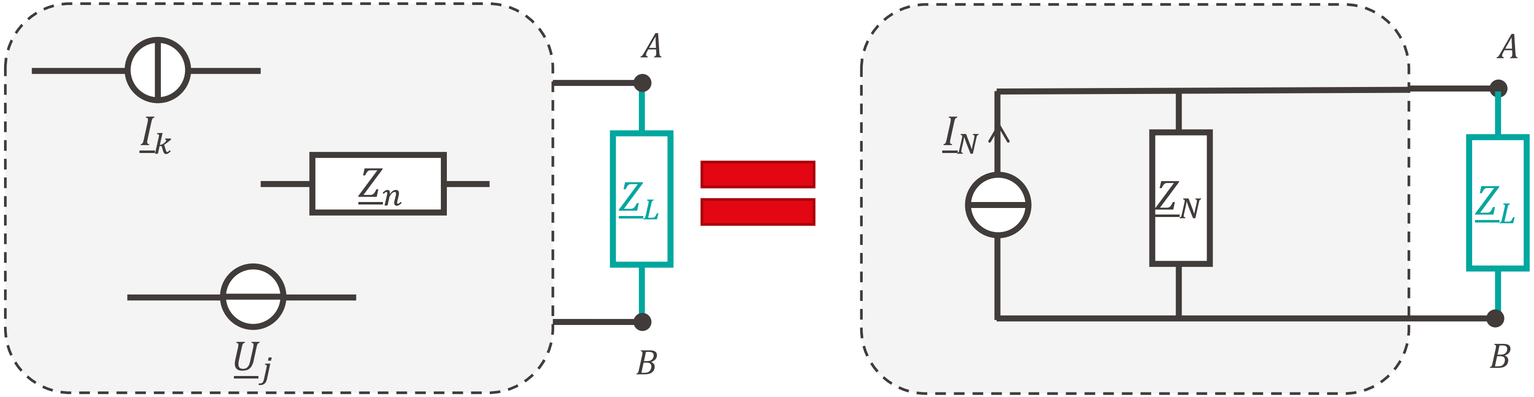
- **Procédure:**
  - Identifier clairement les bornes de sortie du circuit à remplacer
  - Calculer ou mesurer la **tension à vide** (tensions entre A et B **sans charge**)
  - Calculer ou mesurer l'impédance **vue par les bornes A et B** (en éteignant toutes les sources)

# Théorème de Norton



C. Lafforgue

- **Objectif:** Remplacer un circuit (à une fréquence donnée) par une source de courant et une impédance en parallèle



# Théorème de Norton

- **Objectif:** Remplacer un circuit (à une fréquence donnée) par une source de courant et une impédance en parallèle

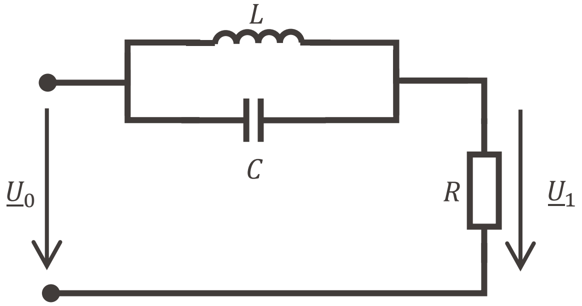
- **Procédure:**
  - Identifier clairement les bornes de sortie du circuit à remplacer
  - Calculer ou mesurer le **courant de court-circuit** (courant dans la branche AB pour une **charge nulle**)
  - Calculer ou mesurer l'impédance **vue par les bornes A et B** (en éteignant toutes les sources)

C. Lafforgue

# Méthodes de résolution en régime permanent sinusoïdal

- Les mêmes méthodes qu'en régime statique sont applicables en régime sinusoïdal:
  - Agencement d'impédances
  - Théorèmes de Thévenin et de Norton
  - Equivalence de sources
  - Principe de superposition

- Les grandeurs dans le circuit dépendent de la fréquence




$$\underline{U}_1 = \frac{R(1 - LC\omega^2)}{R + jL\omega - RLC\omega^2}\underline{U}_0$$

# Quadripôles

- On a étudié avant des dipôles:
  - Résistance
  - Condensateur
  - Inductance

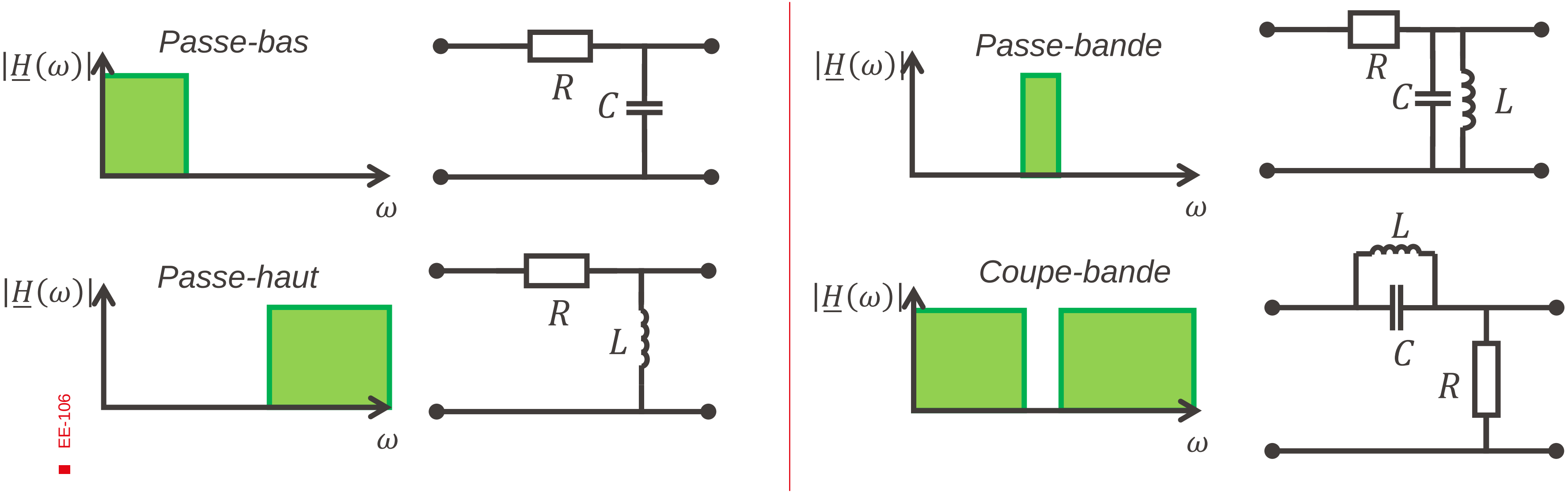
- Les Quadripôles sont des systèmes avec 4 bornes
  - 2 bornes d'entrée
  - 2 bornes de sortie

C. Lafforgue

# Quadripôles

- Il est possible de créer n'importe quelle forme de filtre avec des résistances, des condensateurs et des inductances

- Il y a 4 familles principales de filtres



# Diagramme de Bode

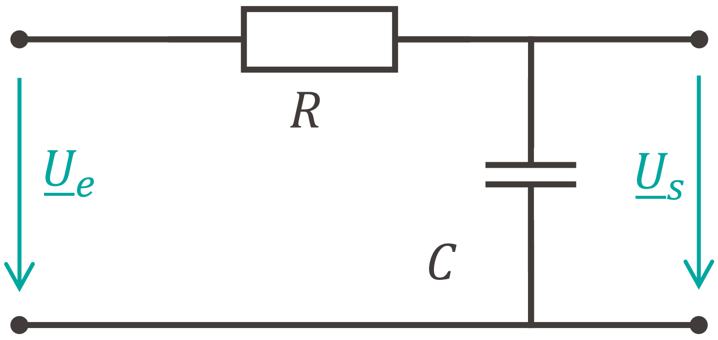
- Les fonctions de transfert peuvent rapidement être compliquées

- Le diagramme de Bode est un moyen de représenter le comportement fréquentiel d’un système
  - Il permet une résolution graphique simplifiée
  - Il sert à visualiser rapidement le gain et la phase en fonction de la fréquence
  - Il se trace en échelle logarithmique

# Diagramme de Bode - Exemple



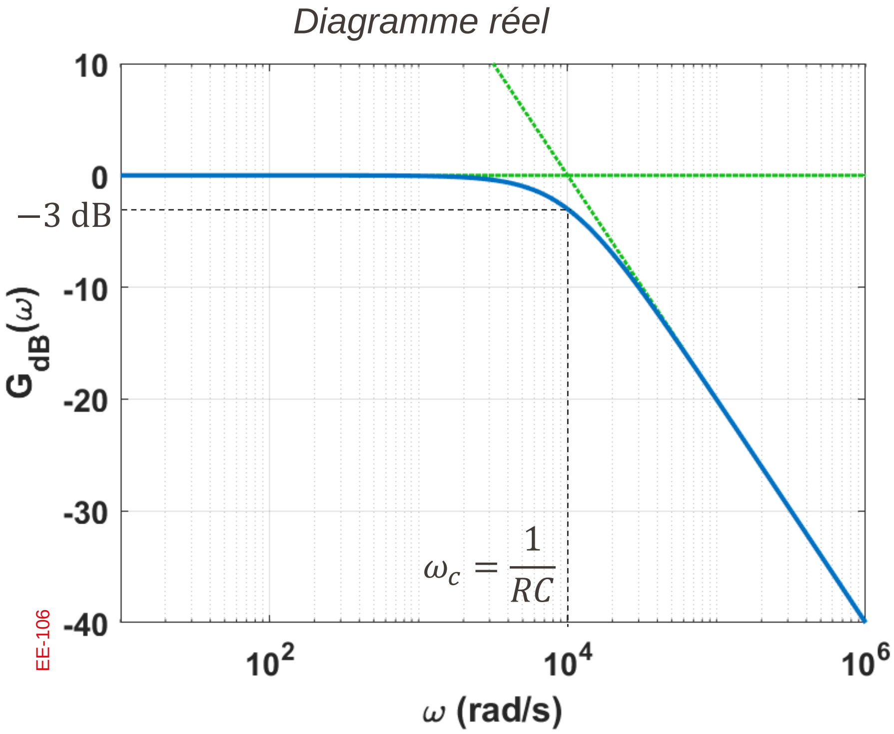
C. Lafforgue

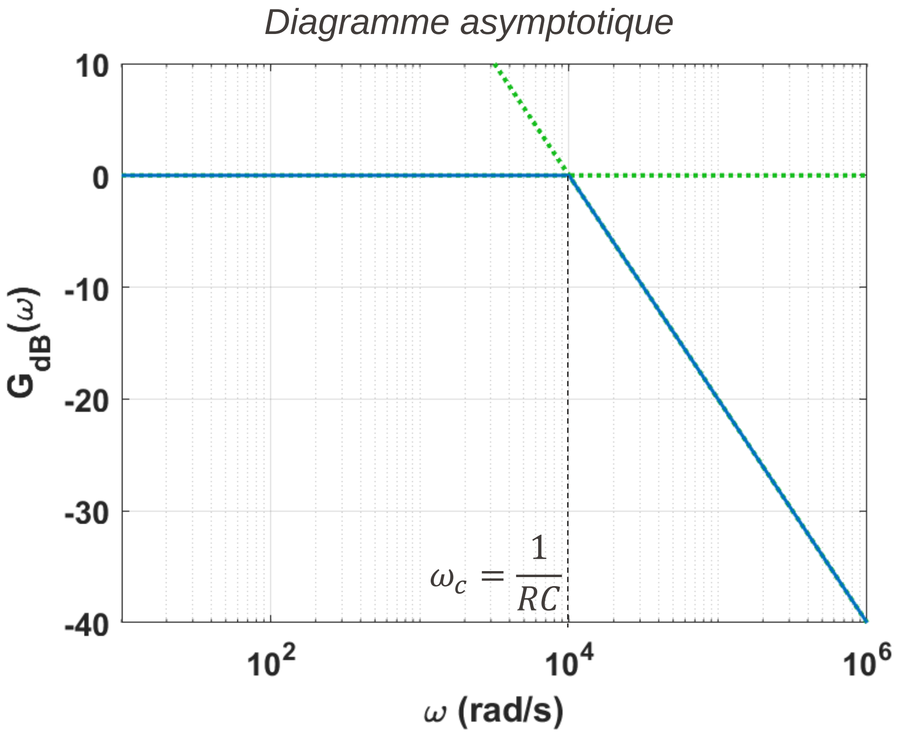



$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega} \Rightarrow \begin{cases} |\underline{H}(\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \\ \phi(\omega) = -\arctan(RC\omega) \end{cases}$$

# Diagramme de Bode - Exemple

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega} \Rightarrow \begin{cases} |\underline{H}(\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \\ \phi(\omega) = -\arctan(RC\omega) \end{cases}$$



# Puissance active





$$p(t) = \underbrace{UI\cos(\phi)[1+\cos(2\omega t+2\alpha)]}_{\text{Composante pulsée}} + \underbrace{UI\sin(\phi)\sin(2\omega t+2\alpha)}_{\text{Composante alternative}}$$

- On appelle **puissance active *P*** la valeur moyenne de la puissance instantanée

- En régime sinusoïdal, on a donc:

$$P = UI\cos(\phi)$$

- L'unité est le watt (W)

- Elle correspond à l'énergie convertible en travail ou en chaleur
  - Elle est maximale pour $\phi = 0$
  - Elle est nulle pour $\phi = \pm\pi/2$

# Puissance réactive

$$p(t) = \underbrace{UI\cos(\phi)[1+\cos(2\omega t+2\alpha)]}_{\text{Composante pulsée}} + \underbrace{UI\sin(\phi)\sin(2\omega t+2\alpha)}_{\text{Composante alternative}}$$

- On appelle **puissance réactive $Q$** l'amplitude de composante alternative
- En régime sinusoïdal, on a donc:

$$Q = UI\sin(\phi)$$

- L'unité est le volt-ampère réactif (VAr)
- Elle correspond une énergie non convertible
  - Elle est maximale pour $\phi = \pm\pi/2$
  - Elle est nulle pour $\phi = 0$

# Puissance apparente



C. Lafforgue

$$p(t) = \underbrace{UI\cos(\phi)[1+\cos(2\omega t+2\alpha)]}_{\text{Composante pulsée}} + \underbrace{UI\sin(\phi)\sin(2\omega t+2\alpha)}_{\text{Composante alternative}}$$

- On appelle **puissance apparente $S$** l'amplitude de des fluctuations de la puissance instantanée par rapport à sa valeur moyenne

- En régime sinusoïdal, on a donc:

$$S = UI$$

- L'unité est le volt-ampère (VA)

- Elle est liée à $P$ et $Q$ par:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

# Puissance complexe

- On définit la puissance complexe par:

$$\underline{S} = P + jQ$$

- On peut aussi écrire:

$$\underline{S} = UI\cos(\phi) + jUI\sin(\phi) = UIe^{j\phi}$$

- Cette grandeur contient toutes les informations sur la puissance instantanée:
  - $\mathrm{Re}(\underline{S}) = P$ ; $\mathrm{Im}(\underline{S}) = Q$
  - $|\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = S$
  - $\arg(\underline{S}) = \phi$

# Puissance complexe

- Enfin, on a aussi:

$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^*$$

- Pour une impédance $\underline{Z}$:

$$\underline{S} = \underline{Z}\ I^2 = \frac{U^2}{\underline{Z}^*}$$

- En posant $\underline{Z} = R + jX$:

$$\underline{S} = RI^2 + jXI^2$$

# Facteur de puissance

- Le facteur de puissance est le rapport de la puissance active et de la puissance apparente:

$$FP = \frac{P}{S} = \cos(\phi)$$

- Pour une charge purement résistive, $\phi = 0$ donc $FP = 1$

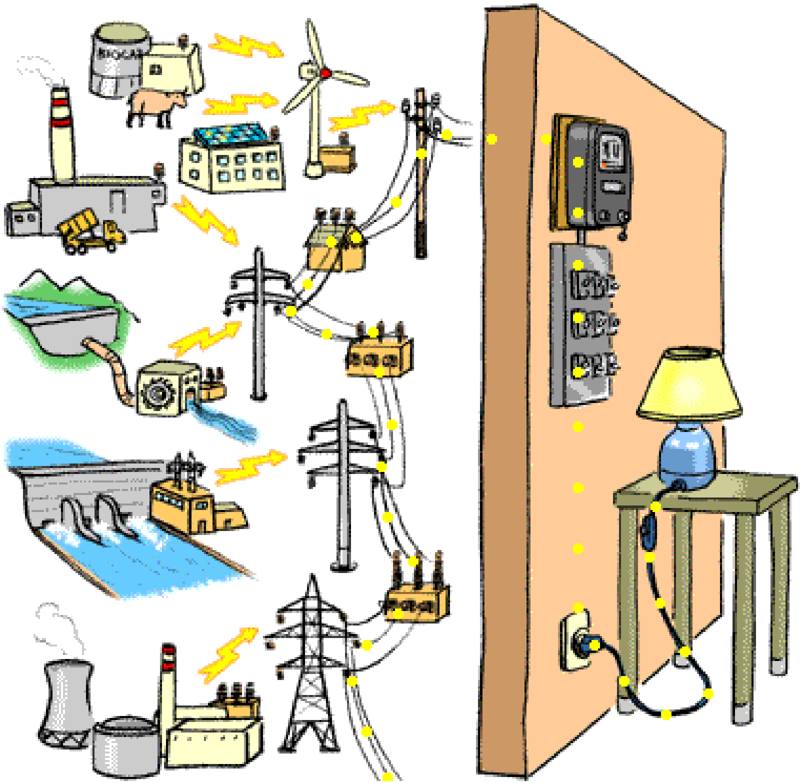
- En présence d'une charge réactive, le facteur de puissance diminue

- Cela augmente les pertes au niveau du réseau électrique (et peut alors augmenter les coûts de l'électricité)

C. Lafforgue

# Réseau électrique

# Systèmes de production d’électricité



- Il existe de nombreux moyens de produire de l’électricité
- La majorité des systèmes sont basés sur des machines tournantes
- L’ingénierie des systèmes de production joue un rôle majeur dans notre société
  - Demande de plus en forte
  - Doit être stable
  - Doit polluer le moins possible

C. Lafforgue

C. Lafforgue

# Puissance et énergie

- La puissance instantanée $p(t)$ défini l'énergie que le système peut donner (ou consommer) pendant un instant infinitésimal à un instant donné

- L'énergie traduit la consommation de puissance pendant une certaine durée $T$

$$E = \int_0^T p(t)dt$$

Unité: joule (J), ou watt-heure (Wh)

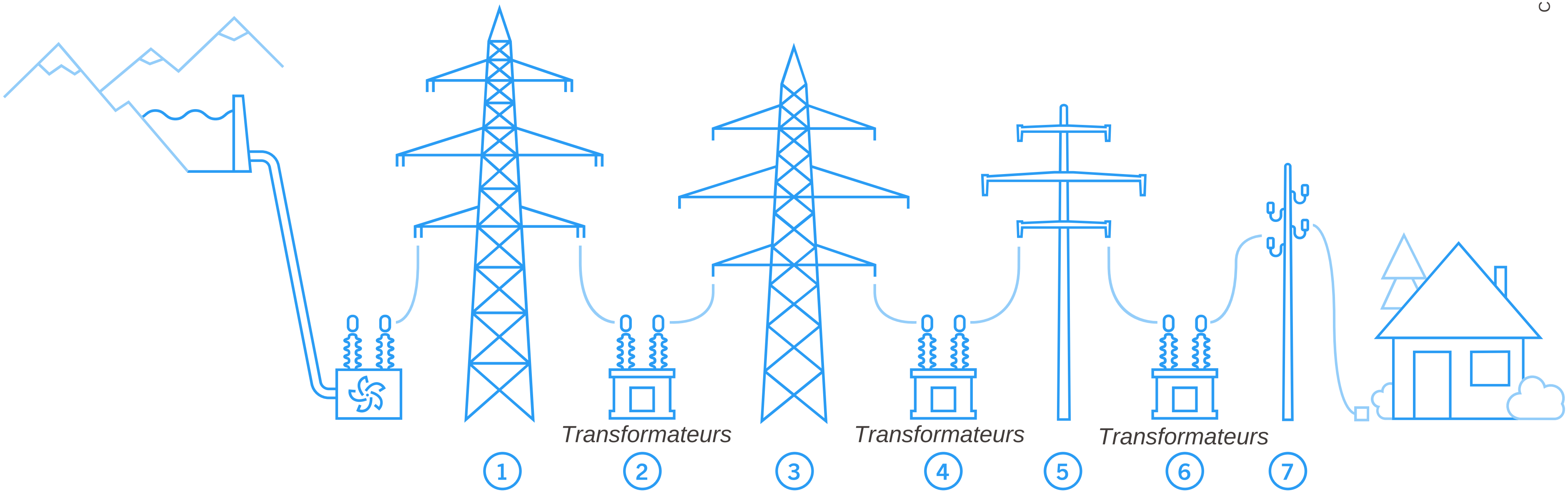
- La puissance moyenne $P$ est l'énergie consommée (ou fournie) divisée par la durée

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{E}{T}$$

# Transport de l'électricité – Les niveaux du réseau



C. Lafforgue




**<u>1) Réseau très haute tension</u>**

Transport de l'électricité depuis les grandes centrales et l'étranger

Tension: 380/220 kV

**<u>3) Réseau haute tension</u>**

Transport de l'électricité suprarégional

Tension: de 36 kV à 220 kV

**<u>5) Réseau moyenne tension</u>**

Transport de l'électricité régional

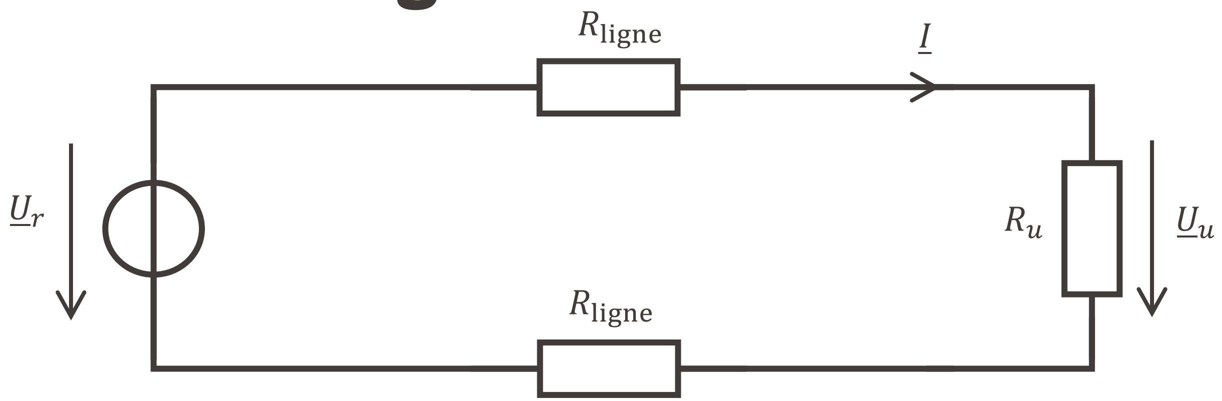
Tension: de 1 kV à 36 kV

**<u>7) Réseau basse tension</u>**

Acheminement domestique

Tension: 220/400 V

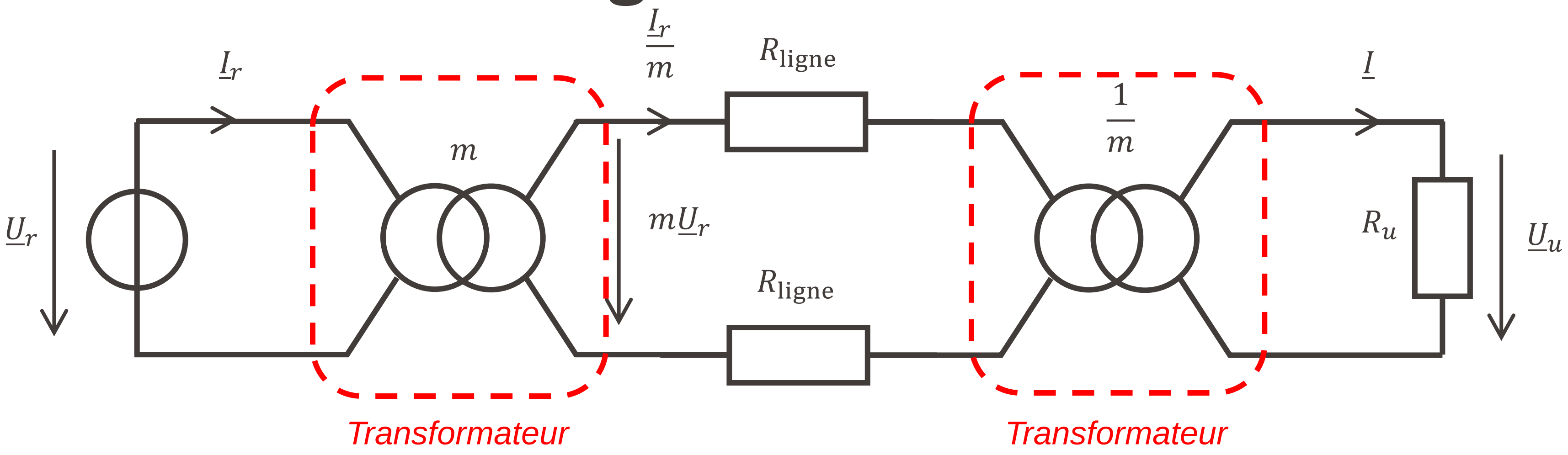
# Pertes dans les lignes



# Pertes dans les lignes







# Transport e l'électricité





- Les transformateurs permettent d'augmenter la tension et de réduire le courant
  - Moins de pertes dans les lignes sur les longues distances!

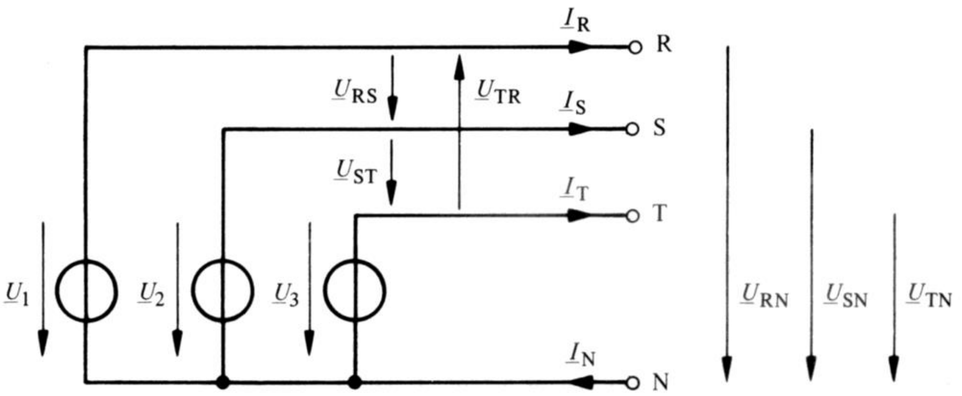
- Les transformateurs fonctionnent **uniquement en régime alternatif (AC)**

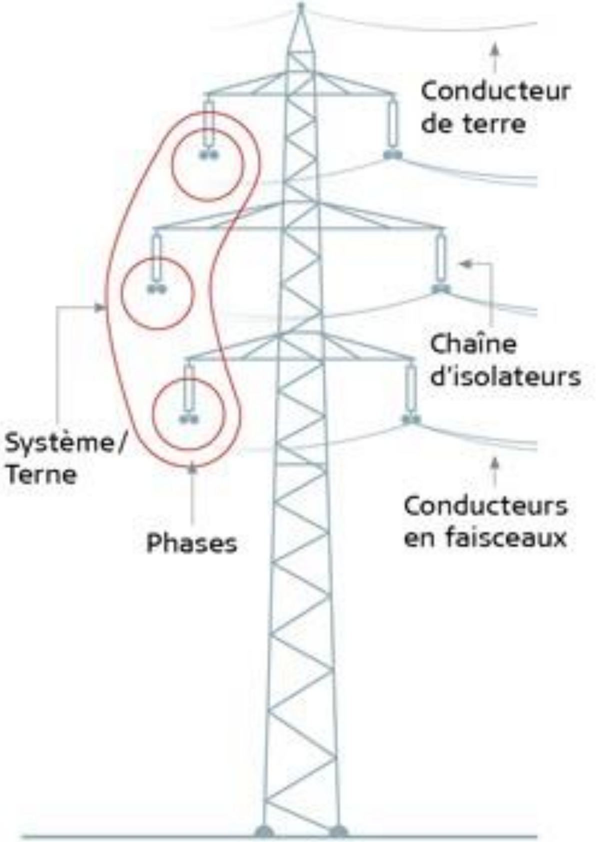
- Mais les hautes tensions sont effectivement dangereuses
  - Solutions: mettre les lignes hors de portée (sous terre par exemple)

# Transport de l'électricité: le triphasé

- On utilise un réseau triphasé
  - Les machines électriques ont un fonctionnement optimal en polyphasé
  - On peut montrer que dans ce cas la puissance instantanée totale est constante

*Schéma d'une source triphasée:*



# Pour aller plus loin: systèmes triphasés

- ***Système polyphasé***
  Un système polyphasé est un ensemble de $m$ grandeurs (tensions ou courants) sinusoïdales de **même fréquence**, déphasées les unes par rapport aux autres et appelées **phases**.

- ***Système polyphasé symétrique***
  Un système polyphasé symétrique à $m$ phases et d'ordre $k$ est un ensemble de $m$ grandeurs sinusoïdales (tensions ou courants) de **même fréquence**, de **même valeur efficace** et telles que le **déphasage** entre deux grandeurs consécutives vaut:

$$\frac{k2\pi}{m}$$

$k$ est appelé **ordre de succession des phases**

# Pour aller plus loin : systèmes triphasés



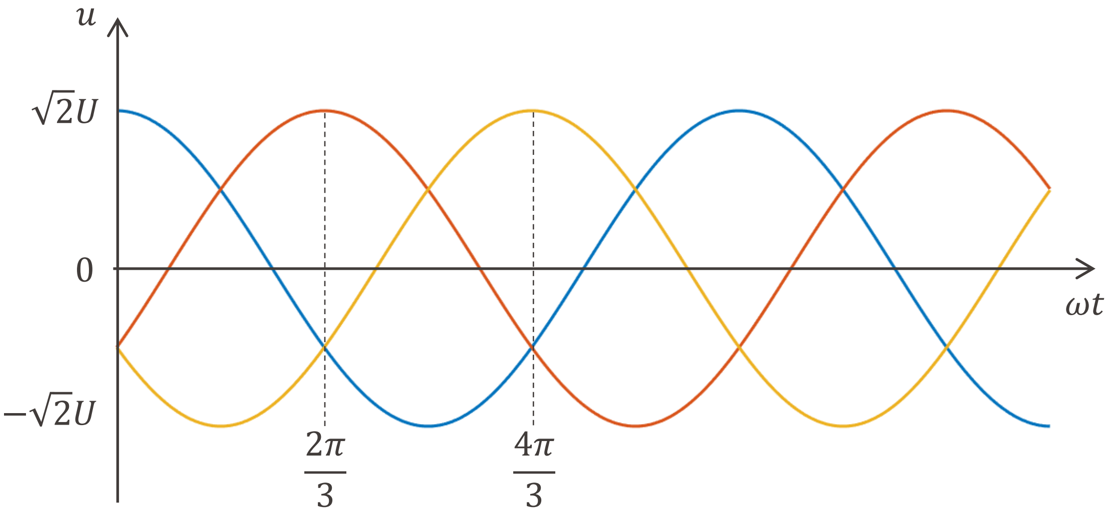

- ***Système direct***
  On appelle **direct** un système dont le diagramme des phaseurs est ordonné dans le sens trigonométrique négatif (sens des aiguilles d'une montre).

- ***Système inverse***
  On appelle **inverse** un système dont le diagramme des phaseurs est ordonné dans le sens trigonométrique positif (sens inverse des aiguilles d'une montre).

- ***Système homopolaire***
  On appelle **homopolaire** un système dans lequel toutes les grandeurs sont en phase.

# Systèmes triphasés

- Système triphasé direct d’ordre **1** (***m*** **= 3,** ***k*** **= 1**).




$$u_1(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t)$$

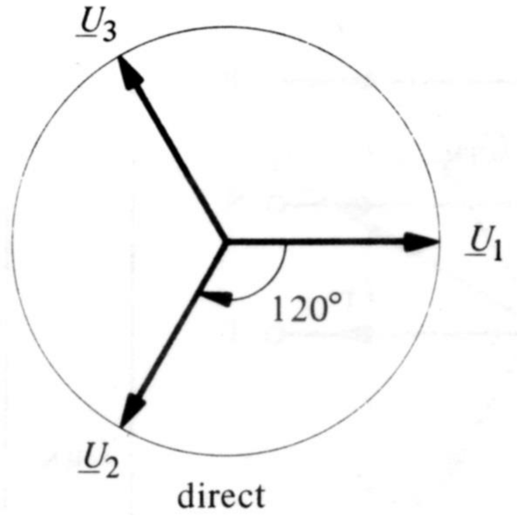
$$u_2(t) = \sqrt{2}U\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_3(t) = \sqrt{2}U\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

C. Lafforgue

# Systèmes triphasés

- Système triphasé ***direct*** d'ordre **1** (**$m = 3$, $k = 1$**)

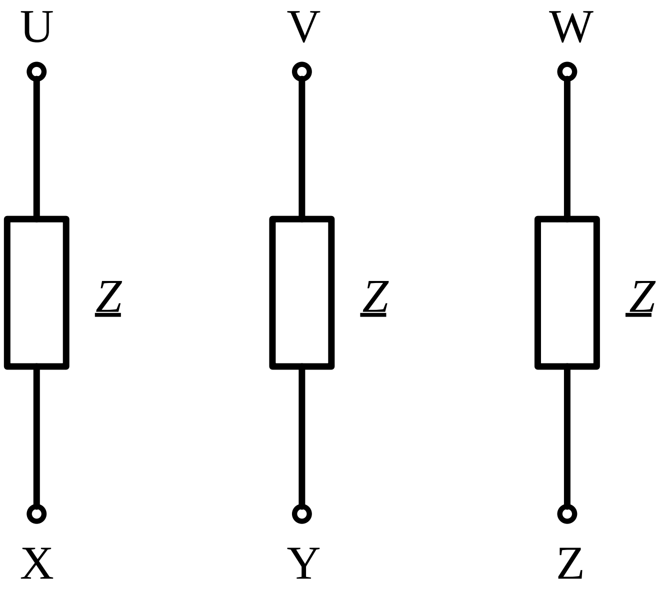



$$\underline{U}_1 = U$$
$$\underline{U}_2 = Ue^{-j\frac{2\pi}{3}}$$
$$\underline{U}_3 = Ue^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0$$

# Charge triphasée équilibrée

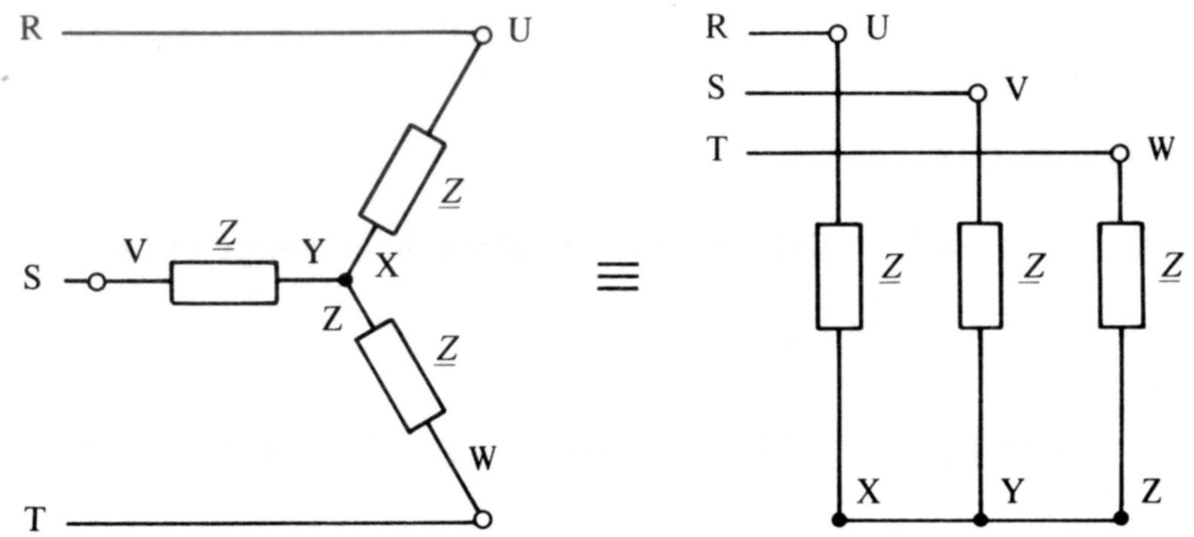





- Trois impédances identiques
- Ces trois impédances peuvent être connectées en **étoile** ou en **triangle**

# Connexion en étoile

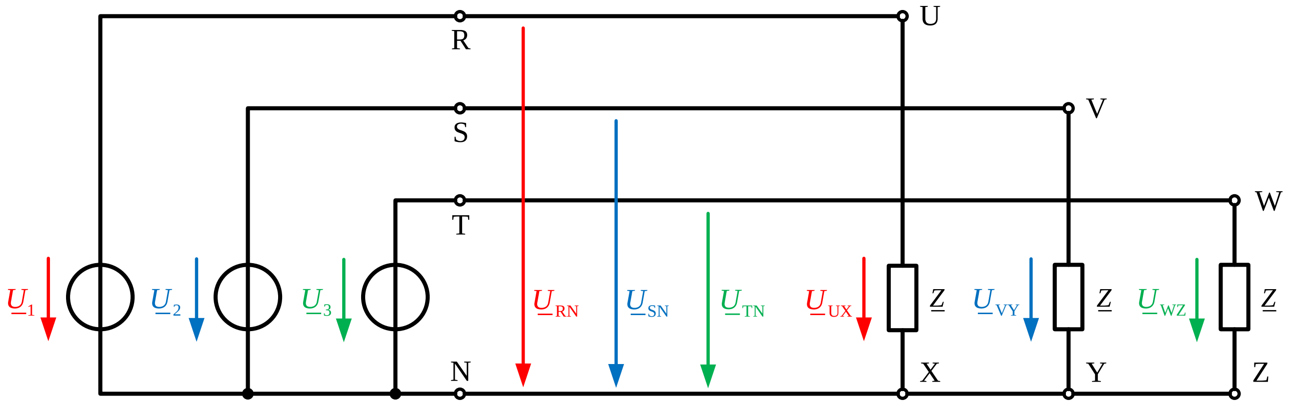
- Montage symbolisé par le signe **Y**
- Le point commun (XYZ) est appelé **point neutre de la charge**



# Connexion en étoile



C. Lafforgue

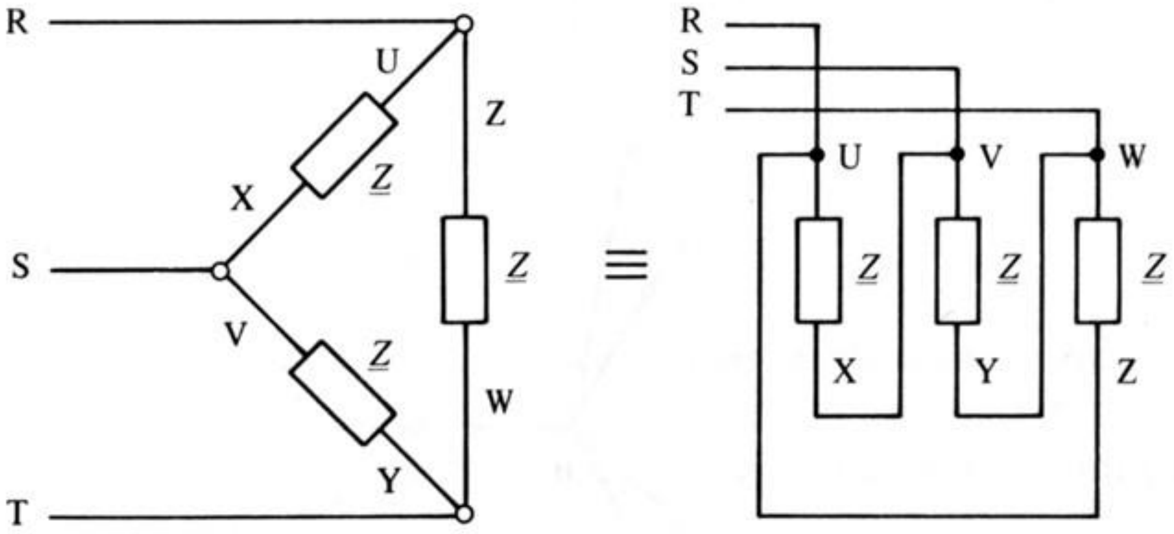


# Connexion en triangle





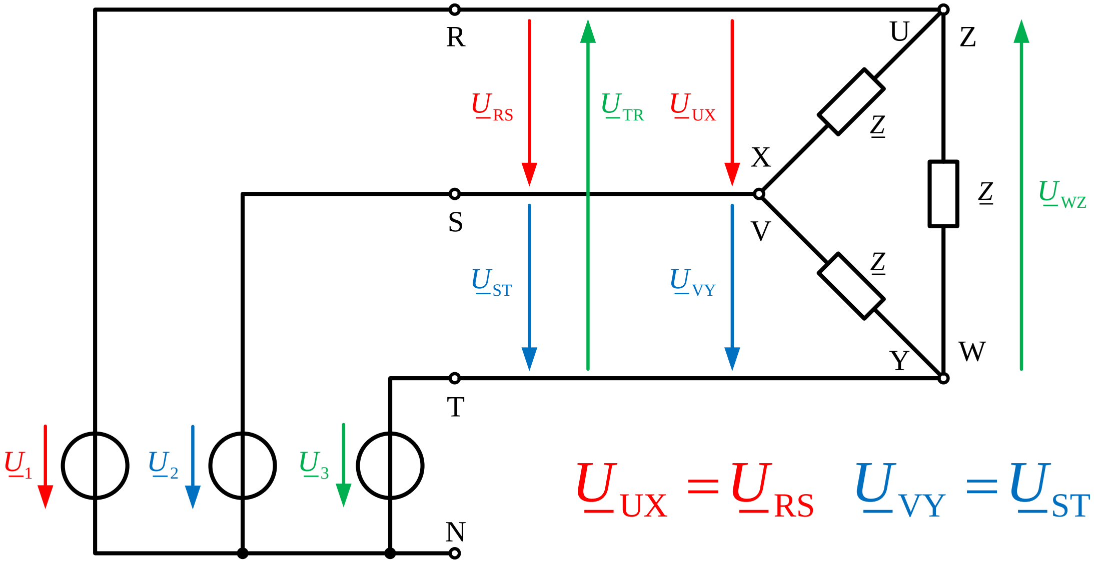
- Montage symbolisé par le signe **Δ**



# Connexion en triangle








$$\underline{U}_{UX} = \underline{U}_{RS} \quad \underline{U}_{VY} = \underline{U}_{ST} \quad \underline{U}_{WZ} = \underline{U}_{TR}$$

# Conversion triangle - étoile




Le passage d’un montage en ***triangle*** à celui en ***étoile*** d’une charge d’impédances est utilisé pour :

- Obtenir une réduction momentanée de la puissance.

  Technique largement utilisée pour le démarrage de moteurs asynchrones

- Permettre l’adaptation à un réseau ayant une tension plus élevée.

# Merci pour votre attention


R. Dufy, « La fée électricité »
Musée d'art moderne, Paris

C. Laffargue