EPFL

R. Dufy, Musée d'art moderne, Paris

Cours 10: Régime permanent sinusoïdal: Les filtres

EE 106 – Sciences et technologies de l'électricité

Automne 2024

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

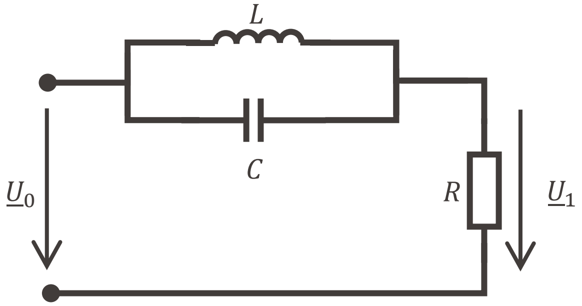
Dr. Christian Lafforgue – christian.lafforgue@epfl.ch

Rappels

Méthodes de résolution en régime permanent sinusoïdal

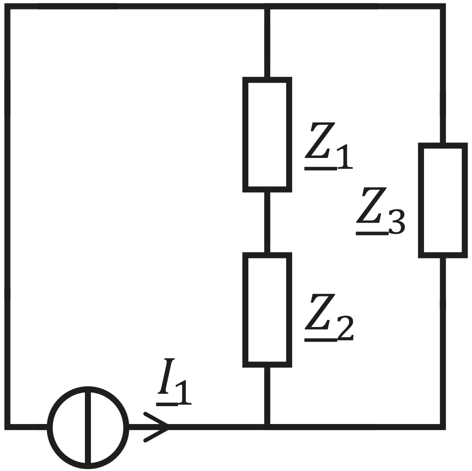
- Les mêmes méthodes qu'en régime statique sont applicables en régime sinusoïdal:
  - Agencement d'impédances
  - Théorèmes de Thévenin et de Norton
  - Equivalence de sources
  - Principe de superposition

- Les grandeurs dans le circuit dépendent de la fréquence



$$\underline{U}_1 = \frac{R(1 - LC\omega^2)}{R + jL\omega - RLC\omega^2}\underline{U}_0$$

-Rappels- Quelle est l'impedance équivalente de Thévenin?

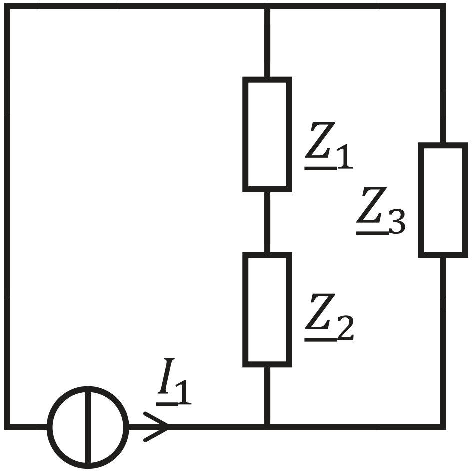


$\underline{Z}_1 = -j10\ \Omega$
$\underline{Z}_2 = 8\ \Omega$
$\underline{Z}_3 = j10\ \Omega$

A. $\underline{Z}_{eq} = 1 - j1.25\ \Omega$
B. $\underline{Z}_{eq} = -10 + j12.5\ \Omega$
C. $\underline{Z}_{eq} = 12.5 + j10\ \Omega$
D. $\underline{Z}_{eq} = 1.25 - j1\ \Omega$
E. $\underline{Z}_{eq} = 1.25 + j1\ \Omega$
F. $\underline{Z}_{eq} = -1 - j1.25\ \Omega$
G. $\underline{Z}_{eq} = 12.5 - j10\ \Omega$
H. $\underline{Z}_{eq} = 10 - j12.5\ \Omega$

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

-Rappels- Quelle est l'impedance équivalente de Thévenin?



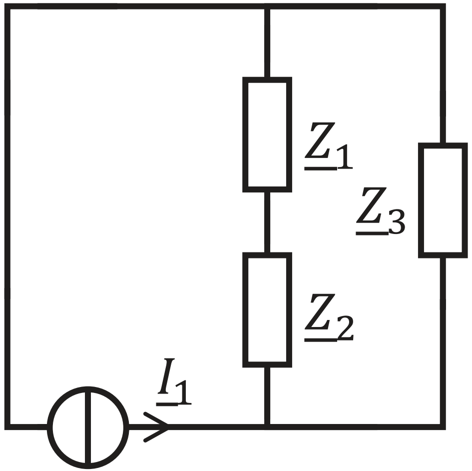
$\underline{Z}_1 = -j10\ \Omega$
$\underline{Z}_2 = 8\ \Omega$
$\underline{Z}_3 = j10\ \Omega$

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

EPFL

-Rappels- Quelle est la tension équivalente de Thévenin?

C. Lafforgue



$\underline{Z}_1 = -j10\ \Omega$

$\underline{Z}_2 = 8\ \Omega$ $\quad \underline{I}_1 = 3\ \mathrm{A}$

$\underline{Z}_3 = j10\ \Omega$

A. $\underline{U}_{eq} = 37.5 - j30\ \mathrm{V}$

B. $\underline{U}_{eq} = -30 + j37.5\ \mathrm{V}$

C. $\underline{U}_{eq} = 12.5 - j30\ \mathrm{V}$

D. $\underline{U}_{eq} = 3.75 - j3\ \mathrm{V}$

E. $\underline{U}_{eq} = 3.25 + j30\ \mathrm{V}$

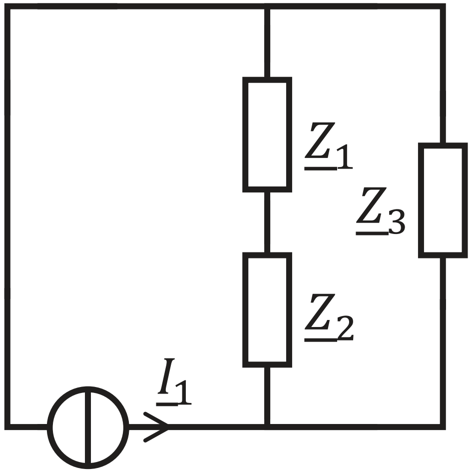
F. $\underline{U}_{eq} = -30 - j37.5\ \mathrm{V}$

G. $\underline{U}_{eq} = -37.5 - j30\ \mathrm{V}$

H. $\underline{U}_{eq} = 30 - j12.5\ \mathrm{V}$

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

-Rappels- Quelle est la tension équivalente de Thévenin?



$\underline{Z}_1 = -j10\ \Omega$

$\underline{Z}_2 = 8\ \Omega$ $\quad\quad$ $\underline{I}_1 = 3\ \mathrm{A}$

$\underline{Z}_3 = j10\ \Omega$

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

Notion de filtres

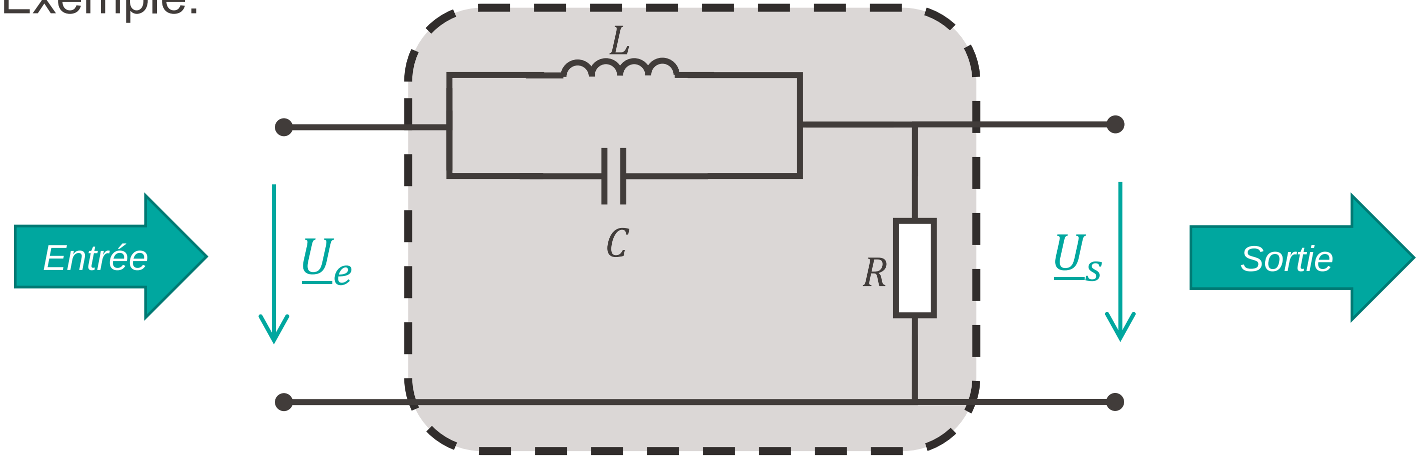
Quadripôles

- On a étudié avant des dipôles:
  - Résistance
  - Condensateur
  - Inductance

- Les Quadripôles sont des systèmes avec 4 bornes
  - 2 bornes d'entrée
  - 2 bornes de sortie

Quadripôles

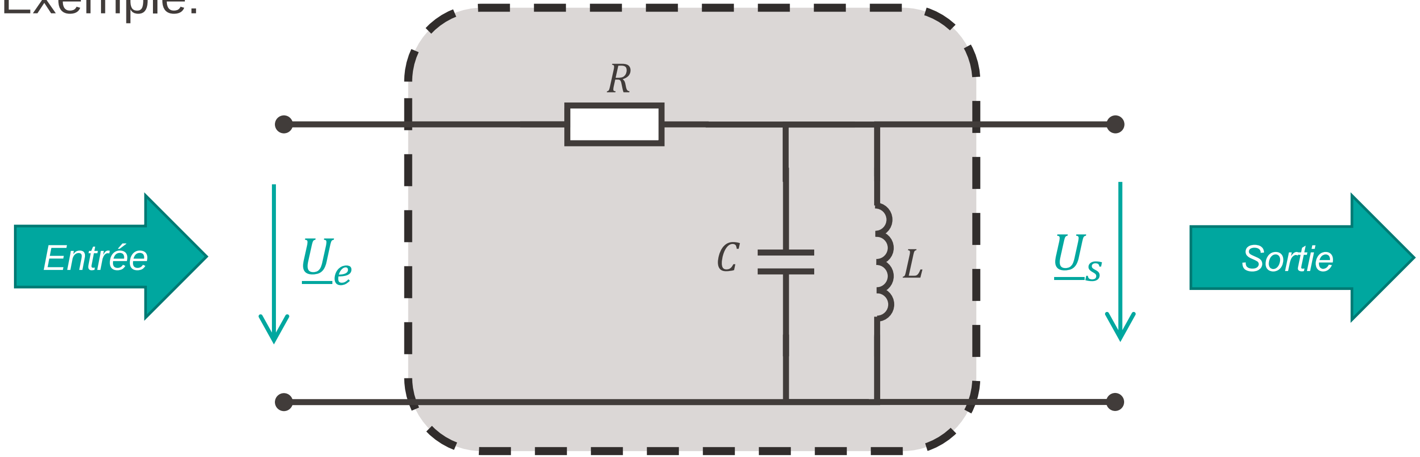
- Exemple:



$$\underline{U}_s = \frac{R(1 - LC\omega^2)}{R + jL\omega - RLC\omega^2}\underline{U}_e$$

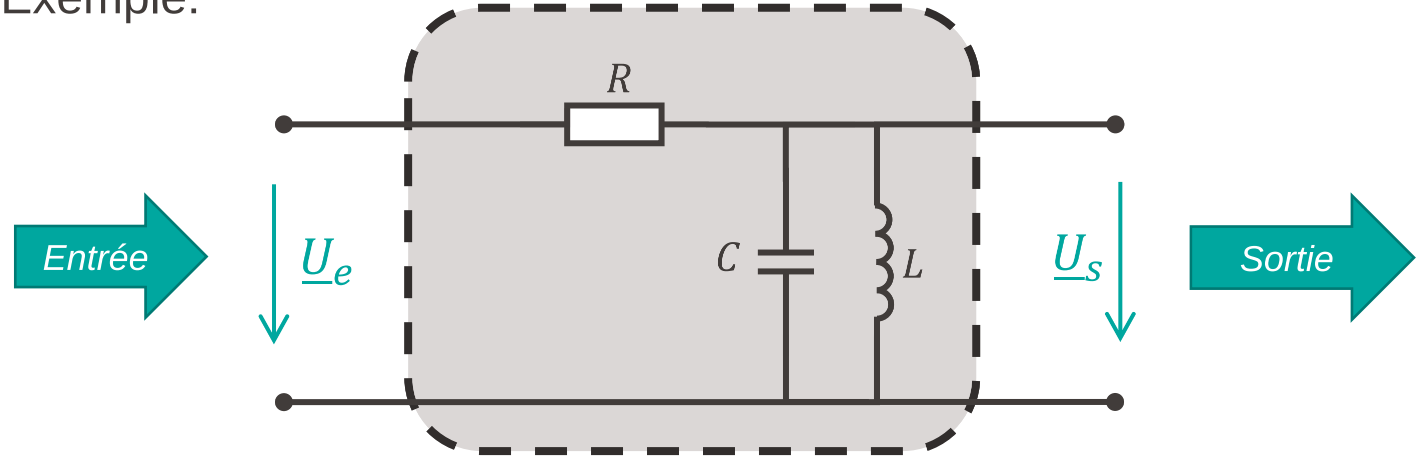
Quadripôles

- Exemple:



Quadripôles

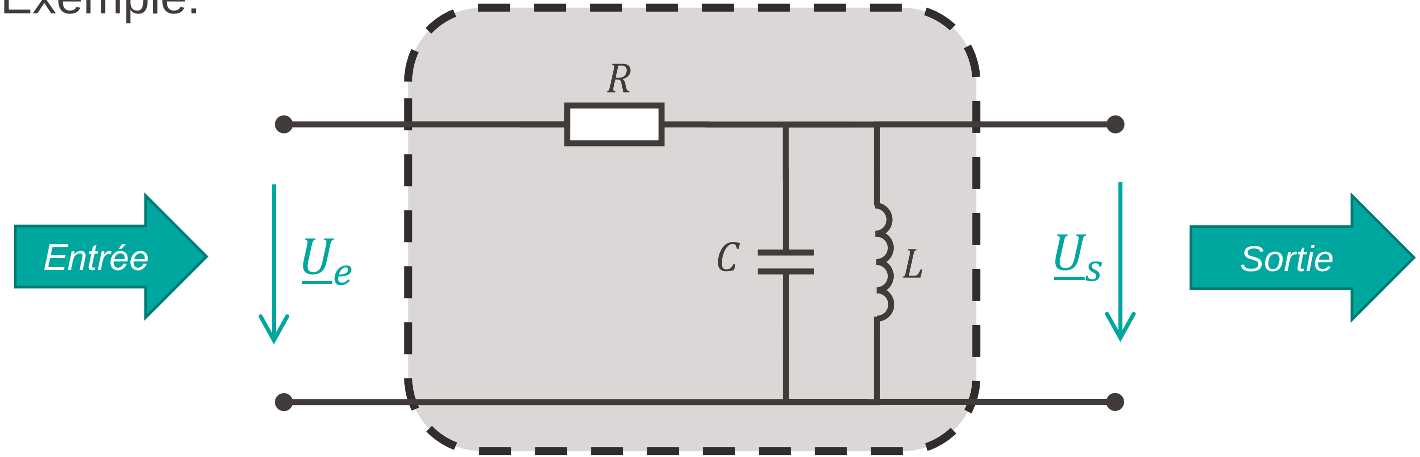
- Exemple:



$$\underline{U}_s = \frac{jL\omega}{R + jL\omega - RLC\omega^2}\underline{U}_e$$

Quadripôles – Fonction de transfert

- Exemple:



$$\underline{U}_s = \frac{jL\omega}{R + jL\omega - RLC\omega^2}\underline{U}_e$$

- La grandeur de sortie est proportionnelle à la grandeur d'entrée
  - Le rapport sortie/entrée est appelé **fonction de transfert**

Quadripôles – Fonction de transfert

- La grandeur de sortie est proportionnelle à la grandeur d'entrée
  - Le rapport sortie/entrée est appelé **fonction de transfert**

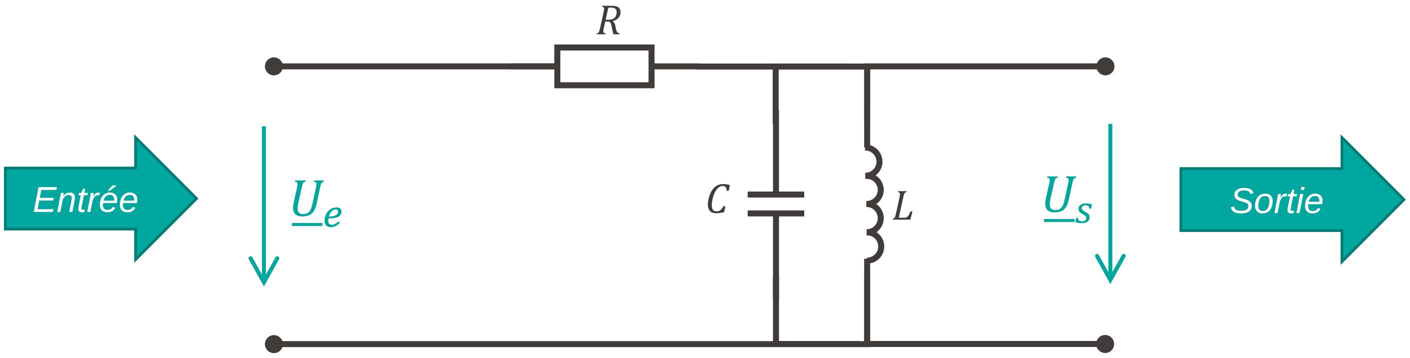
  - Par exemple, pour la tension:

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_s(\omega)}{\underline{U}_e(\omega)} = |\underline{H}(\omega)| e^{j\phi(\omega)}$$

- La fonction de transfert est caractérisé par:
  - Son module, appelé **gain:** $|\underline{H}(\omega)|$
  - Son argument, appelé **phase:** $\phi(\omega)$

Quadripôles – Fonction de transfert

- Exemple:



$$\underline{U}_s = \frac{jL\omega}{R + jL\omega - RLC\omega^2}\underline{U}_e \iff \underline{H}(\omega) = \frac{jL\omega}{R + jL\omega - RLC\omega^2}$$

Quelle est le module de $\underline{H}(\omega)$?

C. Lafforgue

$$\underline{H}(\omega) = \frac{jL\omega}{R + jL\omega - RLC\omega^2}$$

A. $|\underline{H}(\omega)| = \dfrac{L\omega}{R\sqrt{(1-LC\omega^2)^2+\left(\frac{L}{R}\omega\right)^2}}$

B. $|\underline{H}(\omega)| = \dfrac{L\omega}{R\sqrt{(1-LC\omega^2)^2-\left(\frac{L}{R}\omega\right)^2}}$

C. $|\underline{H}(\omega)| = \dfrac{L\omega}{R\sqrt{1-LC\omega^2+\frac{L}{R}\omega}}$

D. $|\underline{H}(\omega)| = \dfrac{L\omega}{R\left((1-LC\omega^2)^2+\left(\frac{L}{R}\omega\right)^2\right)}$

Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

Quadripôles – Fonction de transfert

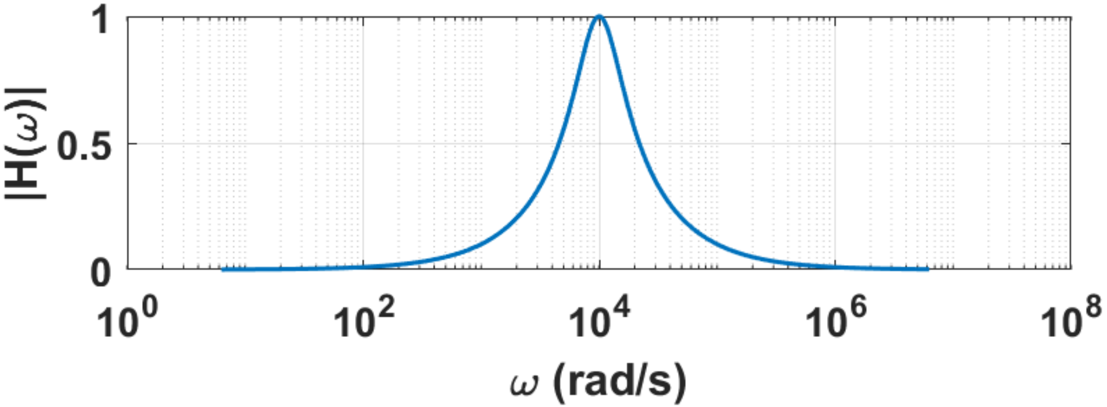
$$\underline{U}_s = \frac{jL\omega}{R + jL\omega - RLC\omega^2}\underline{U}_e \iff \underline{H}(\omega) = \frac{jL\omega}{R + jL\omega - RLC\omega^2}$$

C. Lafforgue

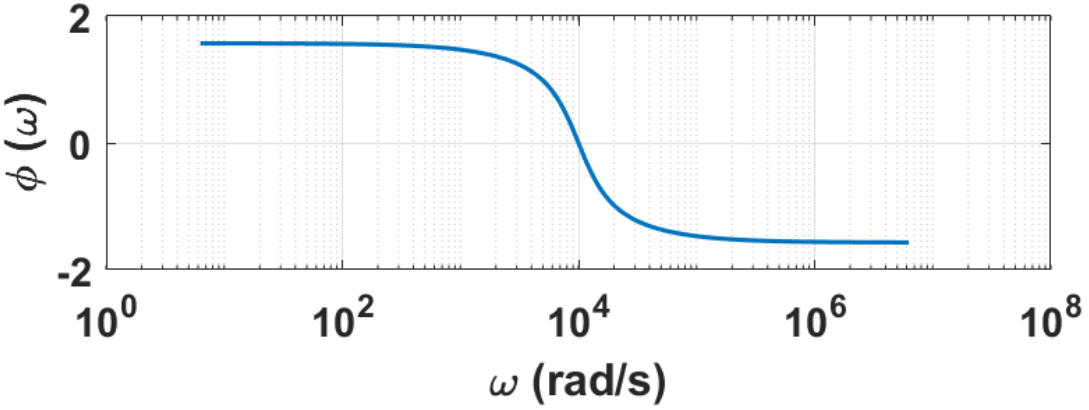
Quadripôles – Fonction de transfert

$R = 1\ \mathrm{k\Omega}$
$L = 10\ \mathrm{mH}$
$C = 100\ \mathrm{\mu F}$

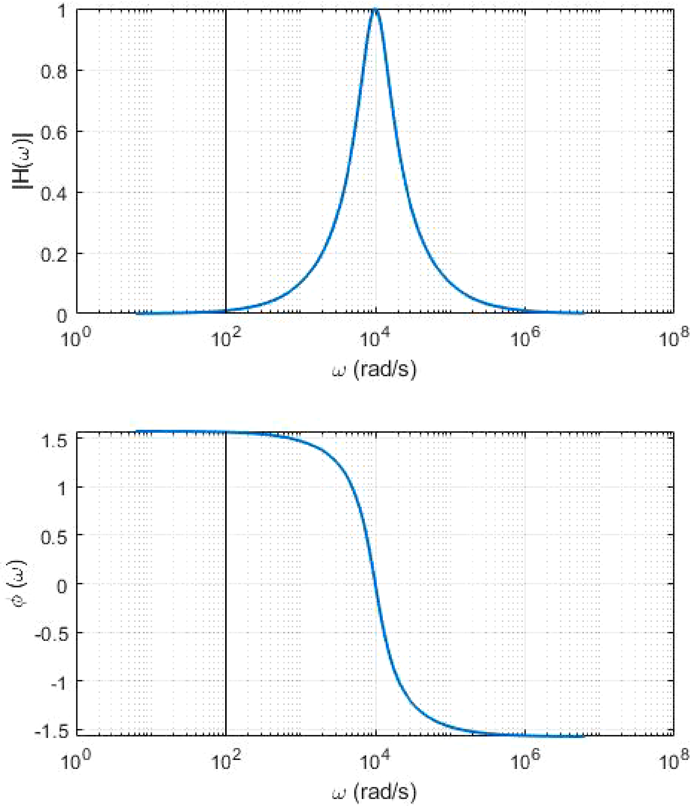
$$|\underline{H}(\omega)| = \frac{L\omega}{R\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \left(\frac{L}{R}\omega\right)^2}}$$

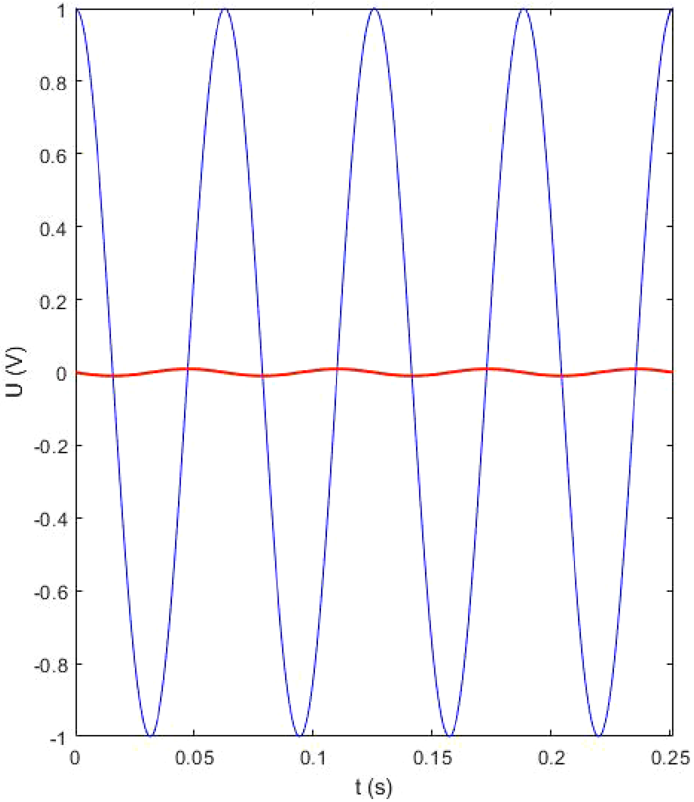


$$\phi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arg\left(1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega\right)$$



Quadripôles – Fonction de transfert





Quadripôles – Notion de filtres

- La dépendance en fréquence implique une possibilité de sélection par la fréquence
  - Ces systèmes s’appellent des **filtres**
  - Certains signaux sont transmis en sortie, d’autres sont filtrés

C. Lafforgue

Applications des filtres

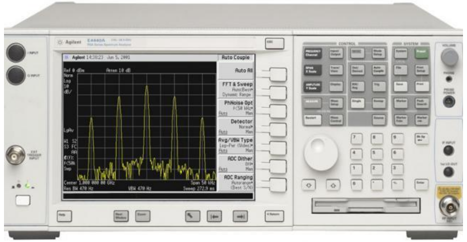
- Les filtres sont présents partout!

Traitement du son

Radio

Communications

Mesure



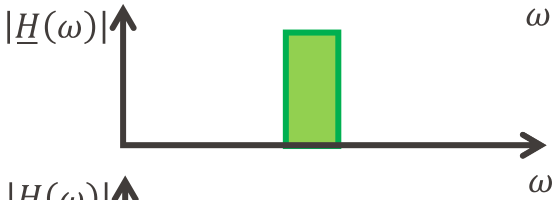
C. Lafforgue

Classification des filtres

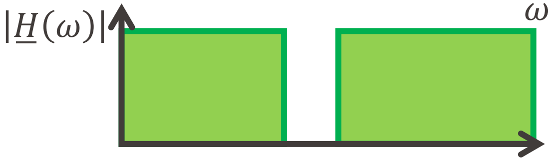
- Les filtres sont généralement caractérisés par leur **bande passante**
  - C'est la gamme de fréquences qui « passent » au travers du filtre (fenêtre de transmission)
- Il y a 4 grandes familles de filtres
  - Les filtres passe-bas

  - Les filtres passe-haut

  - Les filtres passe-bande

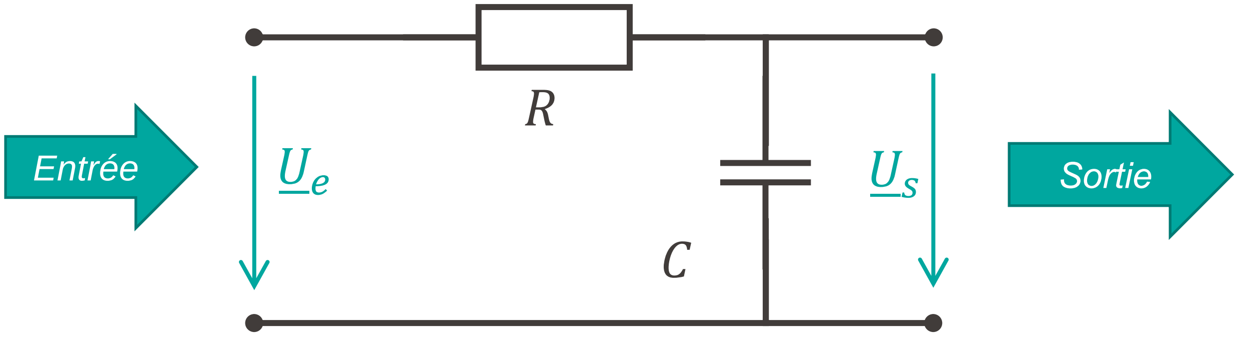


  - Les filtres coupe-bande

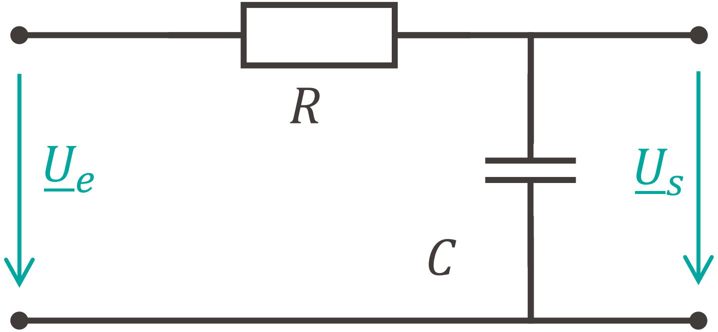


Types de filtres et analyse

Circuit RC



De quel type de filtre s'agit-il?

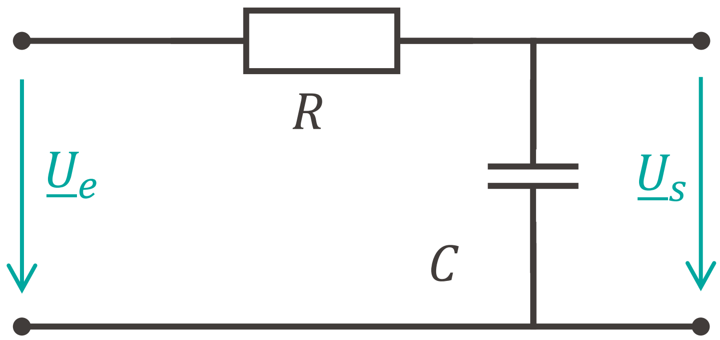


A. Passe-bas
B. Passe-haut
C. Passe-bande
D. Coupe-bande

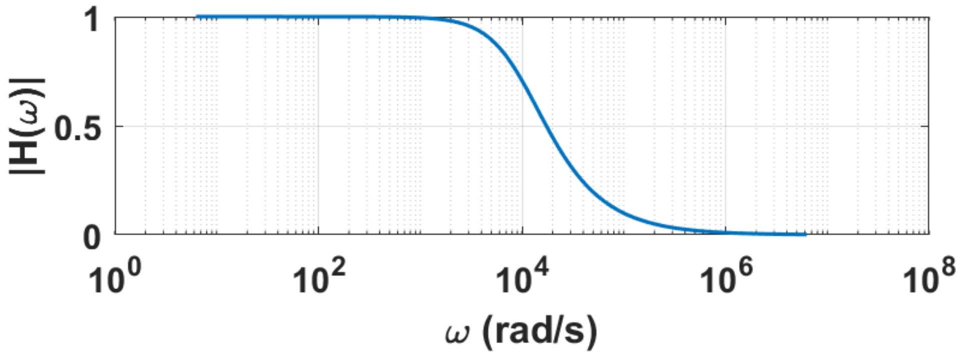
Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

Circuit RC

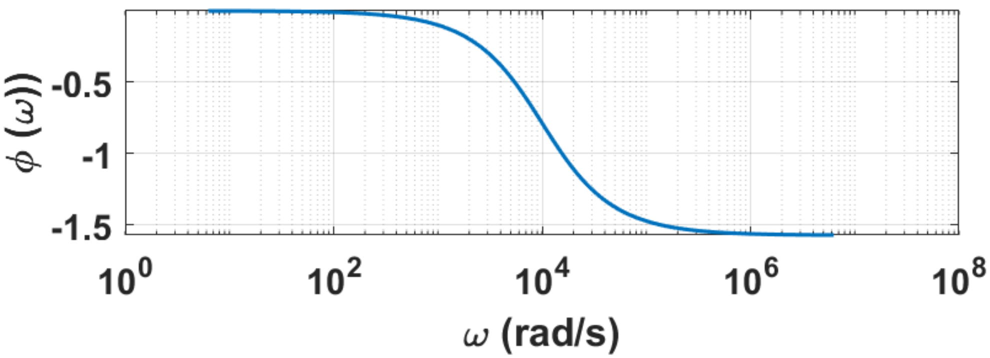
C. Lafforgue



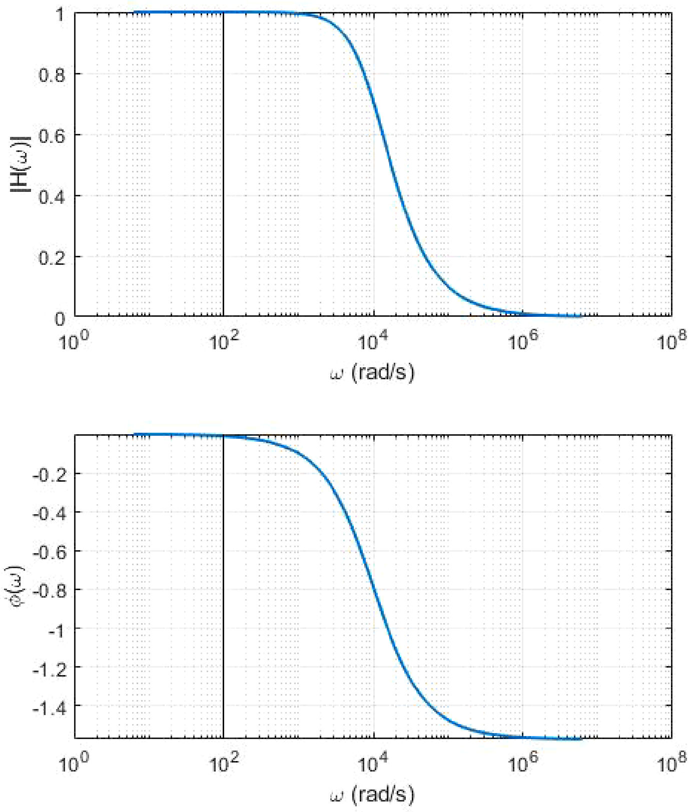
$R = 1\ \text{k}\Omega$
$C = 100\ \text{nF}$

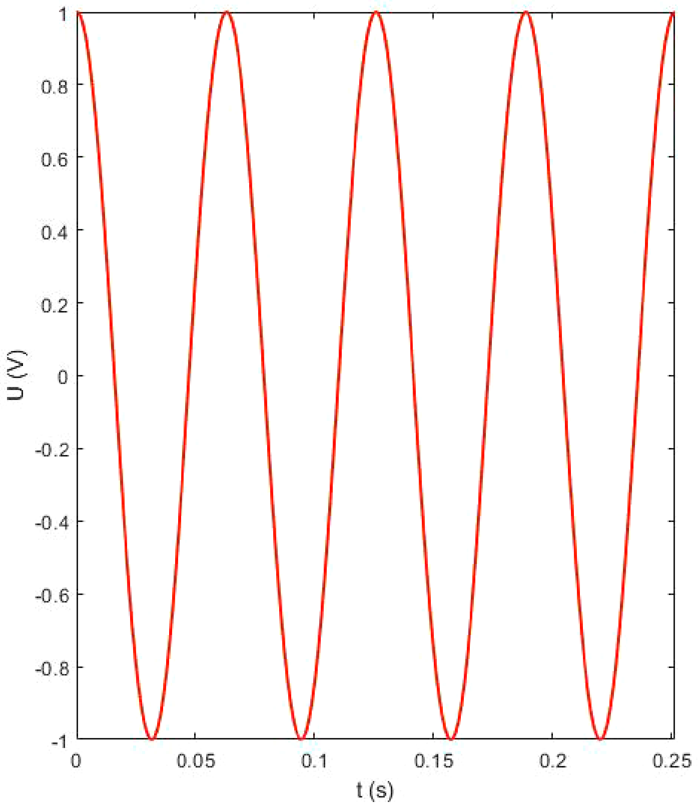


$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega} \Rightarrow \begin{cases} |\underline{H}(\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \\ \phi(\omega) = -\arctan(RC\omega) \end{cases}$$



Circuit RC





Caractéristique

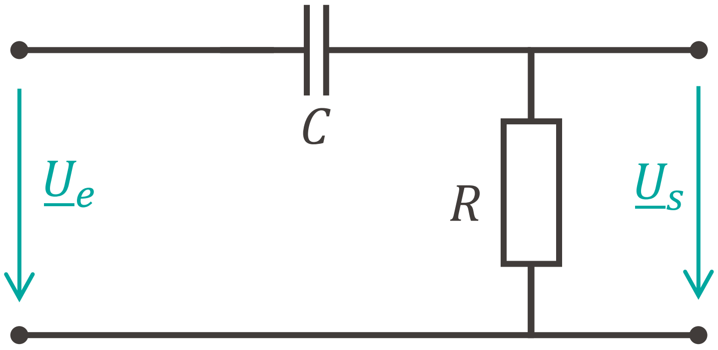
- On quantifie la bande passante de ce filtre par la **fréquence de coupure**

  - C'est la fréquence telle que:

$$|\underline{H}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

C. Lafforgue

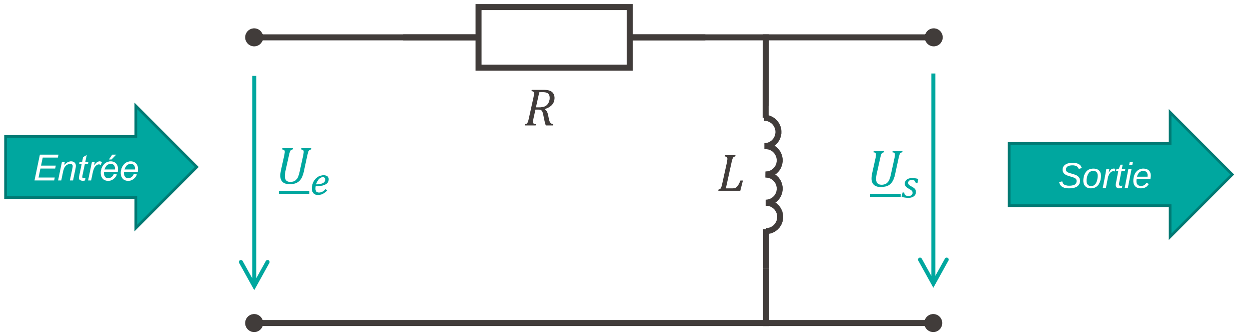
De quel type de filtre s'agit-il?



A. Passe-bas
B. Passe-haut
C. Passe-bande
D. Coupe-bande

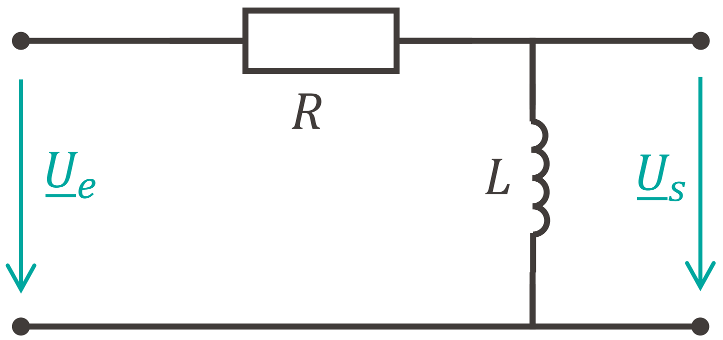
Session ID: **ee106poll**
URL: **ttpoll.eu**

Circuit RL

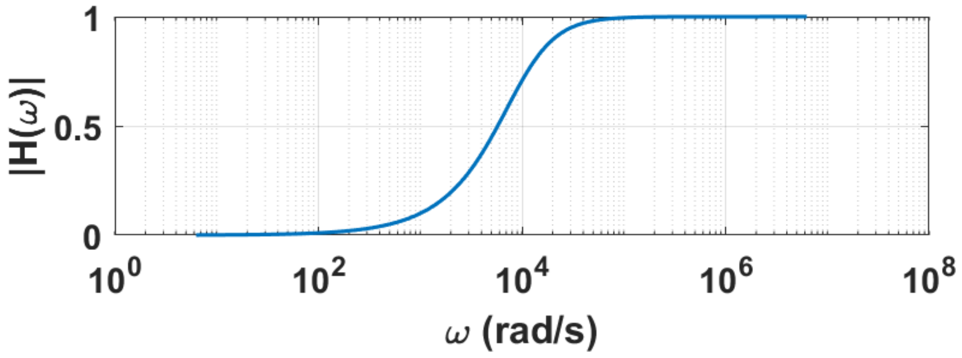


Circuit RL

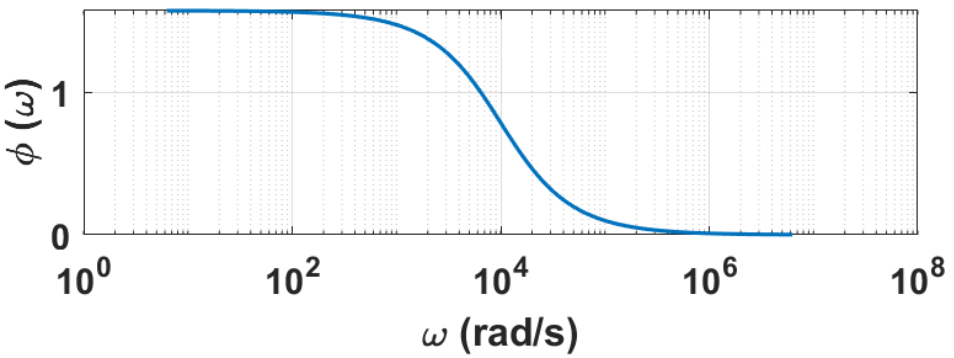
C. Lafforgue



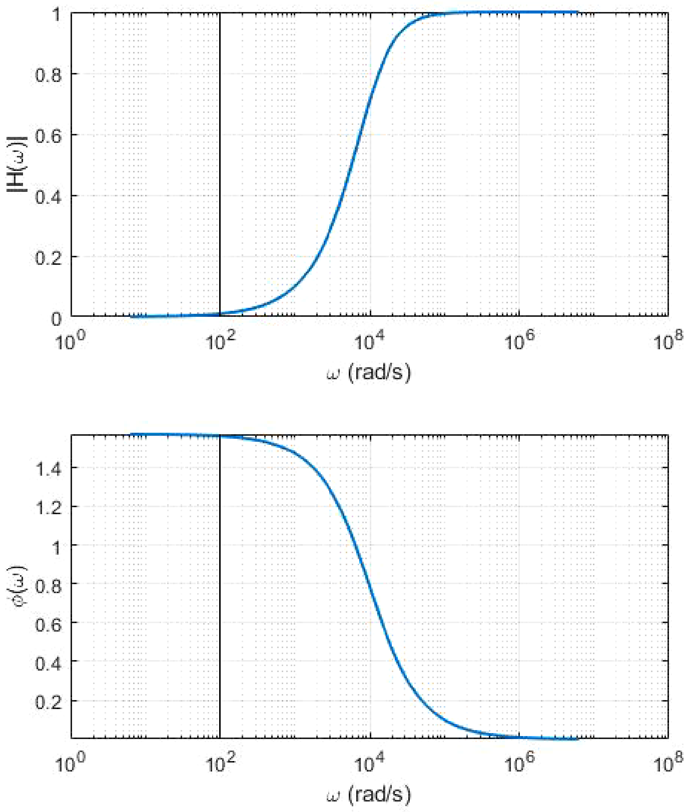
$R = 1\ \mathrm{k}\Omega$
$L = 100\ \mathrm{mH}$

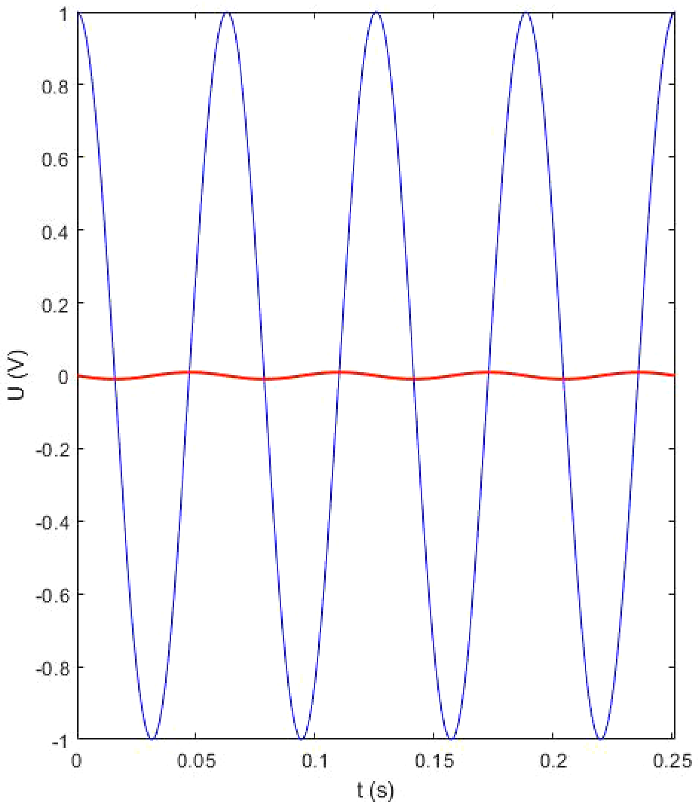


$$\underline{H}(\omega) = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{1 + j\frac{L}{R}\omega} \Rightarrow \begin{cases} |\underline{H}(\omega)| = \dfrac{\frac{L}{R}\omega}{\sqrt{1 + \left(\frac{L}{R}\omega\right)^2}} \\ \phi(\omega) = \dfrac{\pi}{2} - \arctan\left(\dfrac{L}{R}\omega\right) \end{cases}$$



Circuit RL



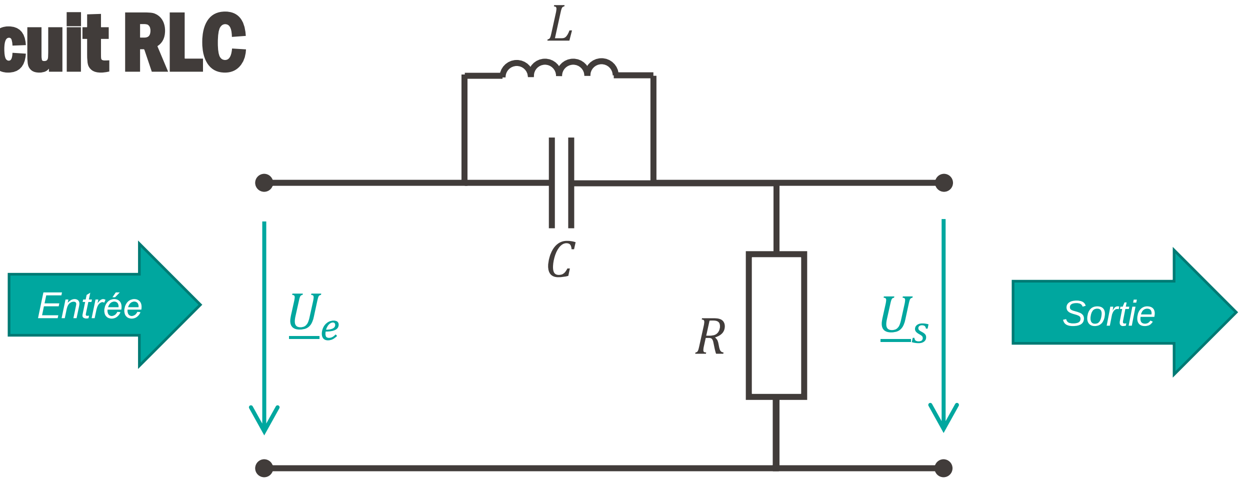


Caractéristique

- On caractérise ce filtre par la **fréquence de coupure**
  - C’est la fréquence telle que:

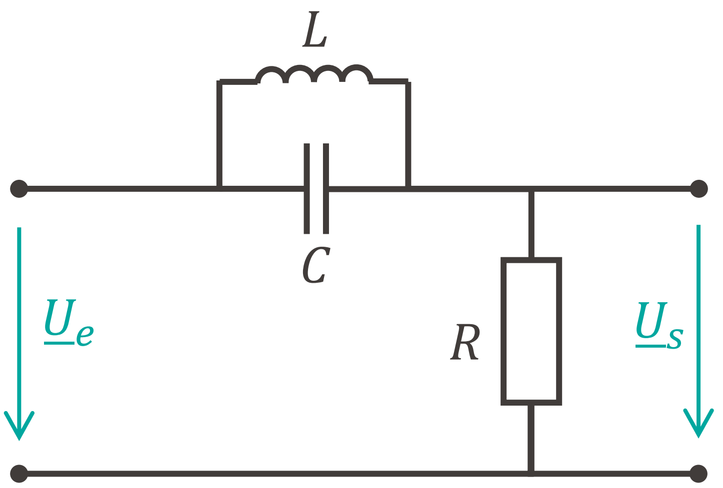
$$|\underline{H}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Circuit RLC

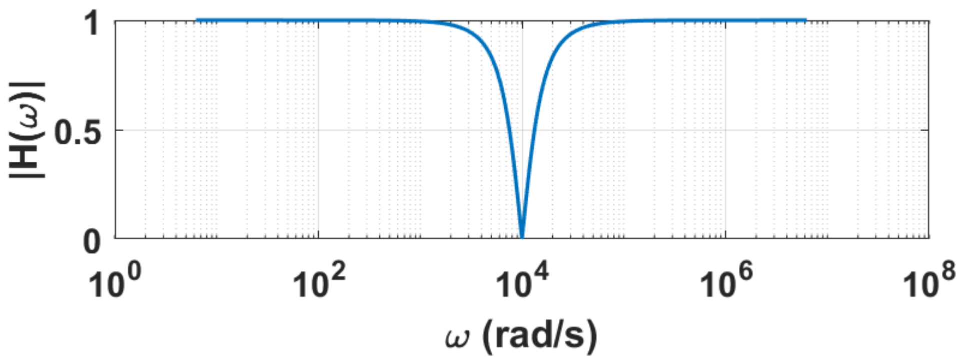


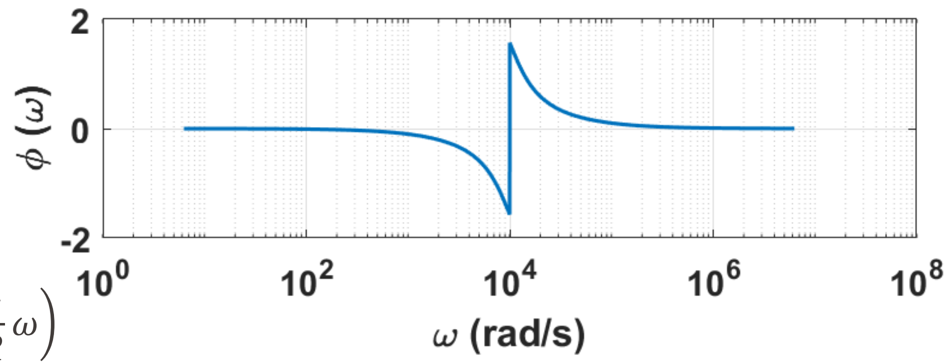
C. Lafforgue

Circuit RC



$R = 1\ \mathrm{k}\Omega$
$C = 100\ \mathrm{nF}$
$L = 100\ \mathrm{mH}$





$$\underline{H}(\omega) = \frac{1 - LC\omega^2}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2}$$

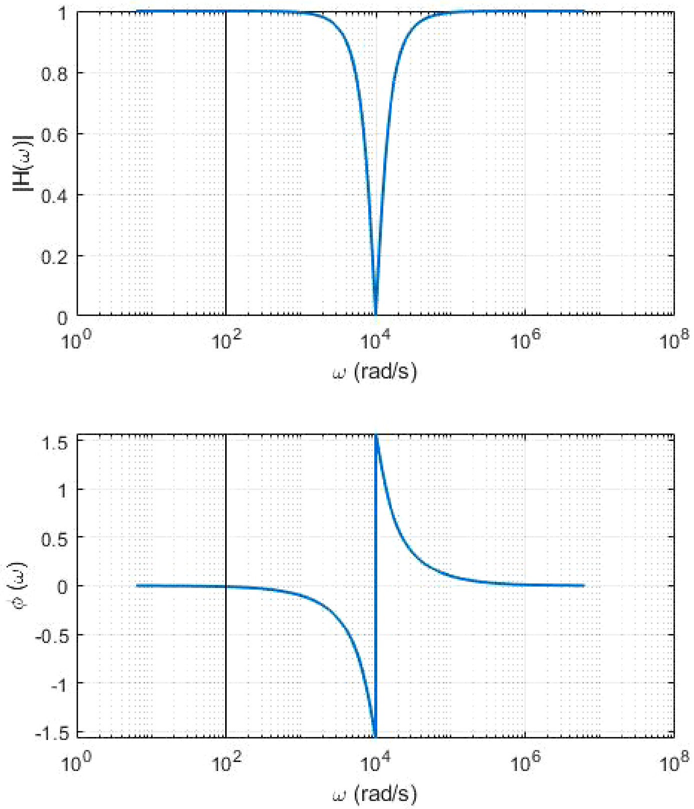
$$\Rightarrow \begin{cases} |\underline{H}(\omega)| = \dfrac{|1 - LC\omega^2|}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \left(\frac{L}{R}\omega\right)^2}} \\ \phi(\omega) = \arg(1 - LC\omega^2) - \arg\left(1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega\right) \end{cases}$$

C. Lafforgue

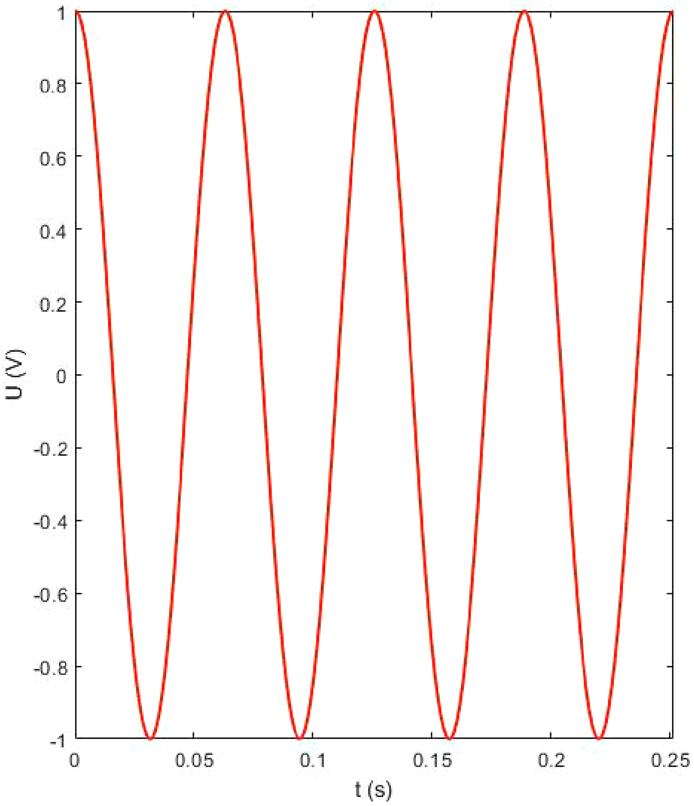
Caractéristique

- La fréquence centrale est donnée par la fréquence à laquelle la sortie s’annule

Circuit RLC



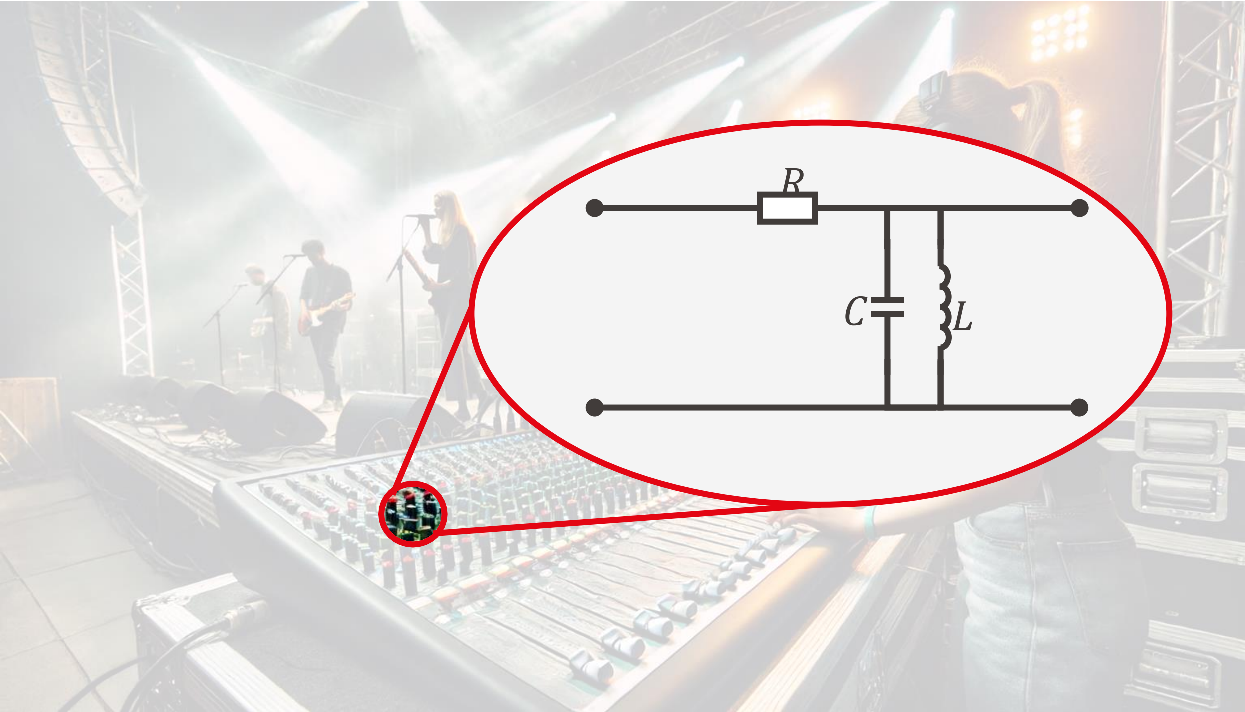
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
|H(ω)|
10^0
10^2
10^4
10^6
10^8
ω (rad/s)
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
φ (ω)
10^0
10^2
10^4
10^6
10^8
ω (rad/s)



1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
U (V)
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
t (s)

Exemple: ingénierie du son

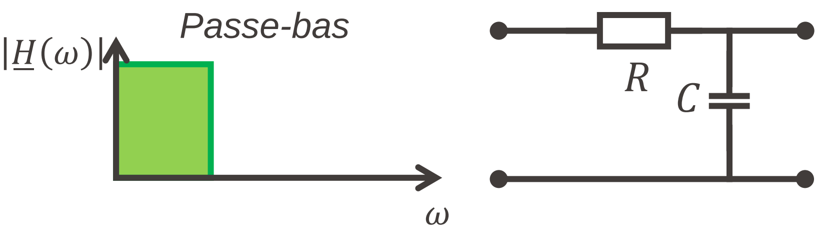
Exemple: ingénierie du son

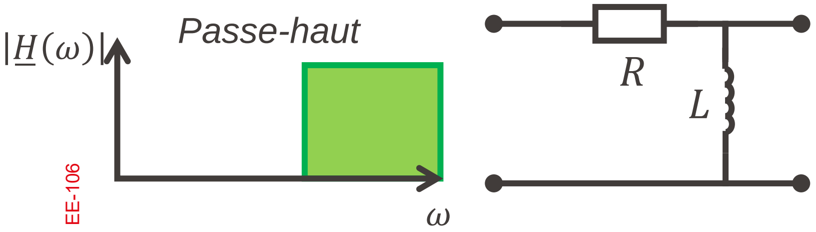


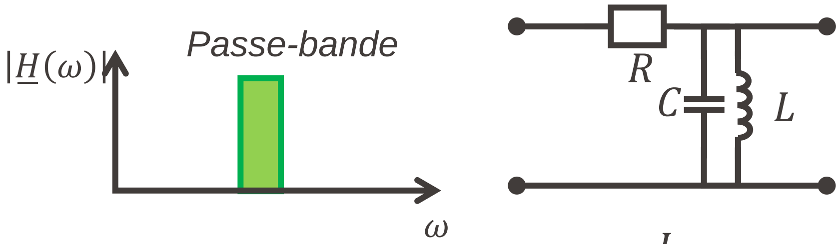
Points clés

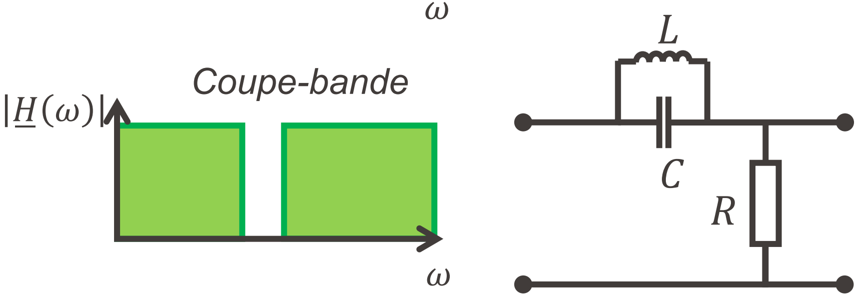
- Il est possible de créer n'importe quelle forme de filtre avec des résistances, des condensateurs et des inductances

- Il y a 4 familles principales de filtres









EPFL

Merci pour votre attention

R. Dufy, « La fée électricité »
Musée d'art moderne, Paris