

ICC SSV Theory Mid-Term Exam

Nov 2, 2024

Multiple Choice Questions Questions à choix multiples

Question 1. Binary System

How many distinct pieces of information can be represented with two bytes (“octet” in French)?

Combien d'éléments d'information distincts peuvent être représentés en utilisant deux octets (« byte » en anglais) ?

- A. 2^2
- B. $2^2 - 1$
- C. 2^{16}
- D. $2^{16} - 1$

Question 2. Positive Integer Representation

Assume we represent a non-negative integer number using the positional representation in base 2. Which of the following binary patterns represents the number 140 (given in decimal)?

Supposons que nous représentions un nombre entier non négatif en utilisant la représentation positionnelle en base 2. Lequel des motifs binaires suivants représente le nombre 140 (donné en décimal) ?

- A. 10001100
- B. 10011000
- C. 01000110
- D. 01100001

Question 3. Representation of Signed Numbers

Which of the following binary patterns is the smallest six-bit negative number stored in its 2's complement representation?

Lequel des motifs binaires suivants est le plus petit nombre négatif de six bits stocké dans sa représentation en complément à 2 ?

- A. 011111
- B. 100000
- C. 110000
- D. 111111

Question 4. Binary Arithmetic with Signed Numbers

Assume a system with five bits to represent integers (positive, negative, and zero). Negative numbers are represented using the two's complement representation. Which of the following equations (using binary numbers) are the results of computations in such a system? (**Multiple correct answers are possible**).

Considérez un système à cinq bits pour représenter les nombres entiers (positifs, négatifs et zéro). Les nombres négatifs sont représentés par le complément à deux. Lesquelles des équations suivantes (utilisant des nombres binaires) sont le résultat de calculs dans un tel système ? (**Plusieurs réponses correctes sont possibles**).

- A. $10000 + 00010 = 10010$
- B. $10001 - 01111 = 00010$
- C. $00101 \cdot 00011 = 10111$
- D. $01111 \div 00010 = 00111$

Question 5. Fixed-Point Representation

Assume we represent a positive fractional number using the positional representation in base 2 with positive and negative exponents and we use 4 bits before and 3 bits after the fractional point (i.e., we use the pattern $dddd.ddd$). Select **all** correct statements:

- A. The largest number we can represent precisely (without rounding error) is 14.875.
- B. The number 6.25 can be represented precisely (without rounding error).
- C. The distance between two consecutive numbers that can be represented precisely (without rounding error) is always $\frac{1}{8}$.
- D. We can represent at most 64 numbers precisely (without rounding error).
- E. The number 8.874 is represented by the number 8.75.

Supposons que nous représentions un nombre positif fractionnaire en utilisant la représentation positionnelle en base 2 avec des exposants positifs et négatifs et avec 4 bits avant et 3 bits après la virgule (c'est-à-dire que nous utilisons le modèle $dddd.ddd$). Sélectionnez **toutes** les affirmations correctes.

- A. Le plus grand nombre que nous pouvons représenter précisément (sans erreur d'arrondi) est 14.875.
- B. Le nombre 6.25 peut être représenté précisément (sans erreurs d'arrondi).
- C. La distance entre deux nombres consécutifs pouvant être représentés précisément (sans erreurs d'arrondi) est toujours de $\frac{1}{8}$.
- D. Nous pouvons représenter au maximum 64 nombres sans erreur d'arrondi.
- E. Le nombre 8.874 est représenté par le nombre 8.75.

Question 6. Floating Point Representation

Assume a simplified floating point representation of a positive number using 6 bits as follows: 5 bits for the exponent in base 2 using the two's complement representation, 1 bits for the mantissa. (Note that $[a, b)$ refers to an interval that is closed on the left and open on the right side, i.e., all the number x such that $a \leq x < b$.) Select **all** correct statements:

- A. The distance between two consecutive numbers that can be represented precisely (without rounding error) is smaller than or equal to 0.5.
- B. In the interval $[32, 64)$ there are only two numbers that can be represented precisely (without rounding error).
- C. The smallest number that can be represented precisely (without rounding error) is 0.5.
- D. The decimal number 30.456 is represented by the number 24.
- E. The binary pattern 001101 corresponds to the decimal number 96.

Soit une représentation simplifiée en virgule flottante d'un nombre positif sur 6 bits, faite de la manière suivante : 5 bits pour l'exposant en base 2, 1 bits pour la mantisse. Nous utilisons la représentation des nombres en complément à deux pour l'exposant. (Le terme $[a, b)$ désigne un intervalle fermé à gauche et ouvert à droite, c'est-à-dire tous les nombres x tels que $a \leq x < b$.) Sélectionnez **toutes** les affirmations correctes.

- A. La distance entre deux nombres consécutifs pouvant être représentés précisément (sans erreurs d'arrondi) est inférieure ou égale à 0.5.
- B. Dans l'intervalle $[32, 64)$, il n'y a que deux nombres qui peuvent être représentés avec précision (sans erreur d'arrondi).
- C. Le plus petit nombre représentable avec précision (sans erreur d'arrondi) est 0.5.
- D. Le nombre 30.456 est représenté par le nombre 24.
- E. Le motif binaire 001101 correspond au nombre décimal 96.

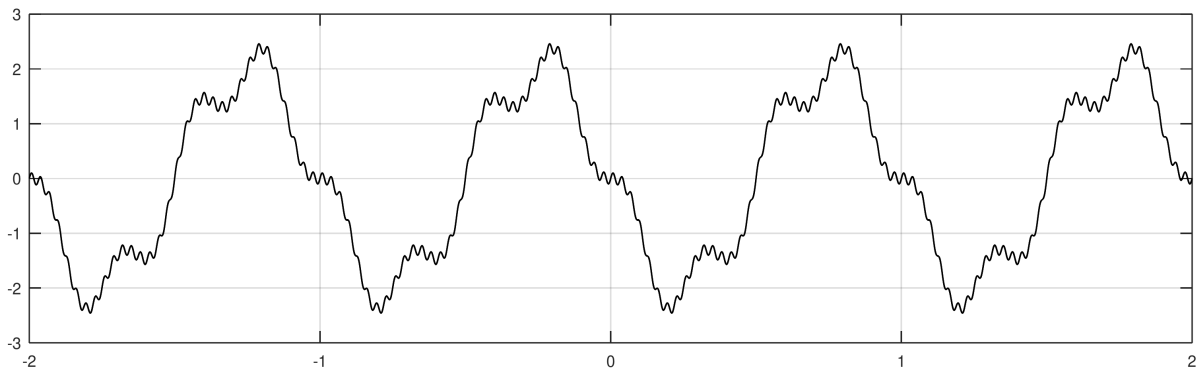
Question 7. Signals

Figure 1

Consider the signal shown in Figure 1 and select **all** correct statements:

- A. The signal can be represented by the sum of sinusoids.
- B. The signal has a period of $T = 1s$.
- C. The signal includes only the frequencies 1 Hz and 4 Hz.
- D. One can use a high-pass filter to make the signal smoother, i.e., to remove high frequencies.

Considérons le signal de la figure 1 et sélectionnez **toutes** les affirmations correctes.

- A. Le signal peut être représenté par la somme de sinusoides.
- B. Le signal a une période de $T = 1s$.
- C. Le signal ne comprend que les fréquences 1 Hz et 4 Hz.
- D. On peut utiliser un filtre passe-haut pour rendre le signal plus lisse, c'est-à-dire pour supprimer les hautes fréquences.

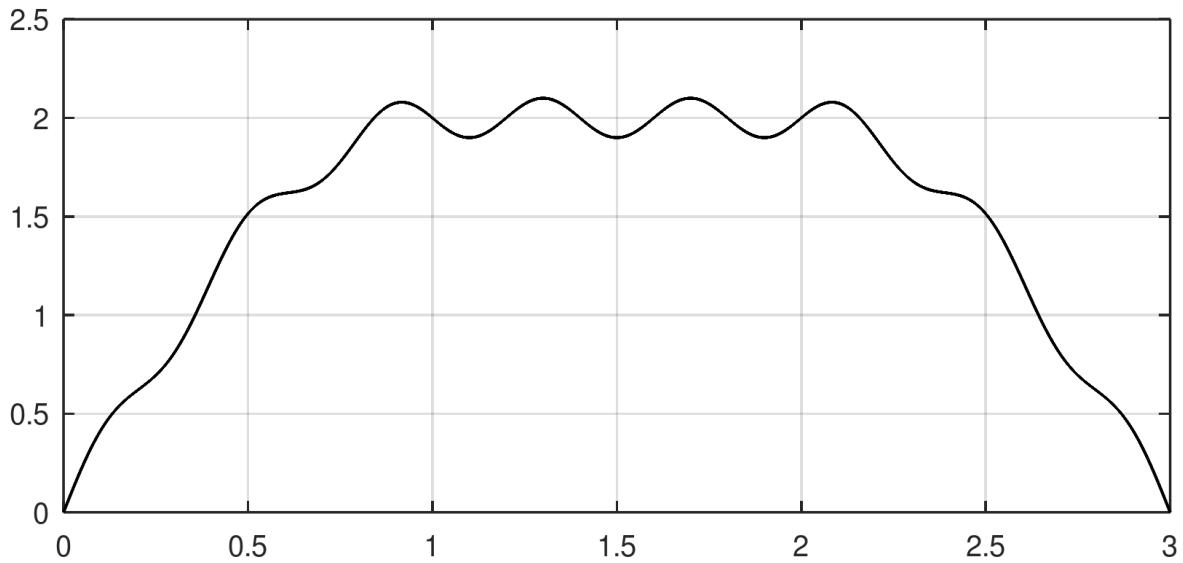
Question 8. Sampling

Figure 2

Assume the signal shown in Figure 2 is sampled with a sampling frequency of $f_e = 4$ Hz. Which of the following sequence of numbers representing the first four sampling values (for $n = 0 \dots 3$)?

Supposons que le signal illustré dans la figure 2 soit échantillonné avec une fréquence d'échantillonnage de $f_e = 4$ Hz. Laquelle des séquences de nombres suivantes représente les quatre premières valeurs d'échantillonnage (pour $n = 0 \dots 3$) ?

- A. 0.00 2.00 2.00 0.00
- B. 0.00 0.69 1.51 1.78
- C. 0.00 1.51 2.00 1.90
- D. 1.51 2.00 1.90 2.00

Question 9. Sampling and Reconstruction

Assume that we sample the signal

$$X(t) = 10 \cdot \sin(6\pi t) + 4 \cdot \sin(8\pi t) + 3 \cdot \sin(12\pi t + \pi)$$

with frequency $f_e = 1/T_e$ and reconstruct it from the sampled values using the interpolation formula $X_I(t) = \sum_n X(T_e \cdot n) \text{sinc}(\frac{t-T_e \cdot n}{T_e})$. Select **all** correct statements.

- A. If $f_e > 12$ Hz, then $X_I(t) = X(t)$ for all $t \in \mathbb{R}$.
- B. If $f_e = 10$ Hz, then the reconstructed signal is the sum of three sinusoids with frequencies 3, 4, and 6 Hz.
- C. If $f_e = 10$ Hz, then the reconstructed signal includes a sinusoid with frequency 4 Hz that has an amplitude of 7.
- D. If $f_e = 14$ Hz, the bandwidth of $X_I(t)$ is 6 Hz.

Supposons que l'on échantillonne le signal

$$X(t) = 10 \cdot \sin(6\pi t) + 4 \cdot \sin(8\pi t) + 3 \cdot \sin(12\pi t + \pi)$$

avec la fréquence $f_e = 1/T_e$ et qu'on le reconstruise à partir des valeurs échantillonnées en utilisant la formule d'interpolation $X_I(t) = \sum_n X(T_e \cdot n) \text{sinc}(\frac{t-T_e \cdot n}{T_e})$. Sélectionnez **toutes** les affirmations correctes.

- A. Si $f_e > 12$ Hz, alors $X_I(t) = X(t)$ pour tout $t \in \mathbb{R}$.
- B. Si $f_e = 10$ Hz, alors le signal reconstruit est la somme de trois sinusoïdes de fréquences 3, 4, et 6 Hz.
- C. Si $f_e = 10$ Hz, alors le signal reconstruit comprend une sinusoïde de fréquence 4 Hz avec une amplitude de 7.
- D. Si $f_e = 14$ Hz, la bande passante de $X_I(t)$ est de 6 Hz.

Question 10. Compression

Select **all** correct statements.

- A. Indexed color formats like the GIF format are good for storing pictures that have a few different colors.
- B. The MP3 format stores a sound signal in a lossless way.
- C. The Huffman algorithm is one of the algorithms used when creating a compressed folder in Windows.
- D. Given a sequence of letters w , there are lossless compression algorithms that achieve an average code length for w that is smaller than the entropy of w .

Sélectionnez **toutes** les affirmations correctes.

- A. Les formats de couleur indexés, comme le format GIF, conviennent au stockage d'images comportant un petit nombre de couleurs différentes.
- B. Le format MP3 stocke un signal sonore sans perte.
- C. L'algorithme de Huffman est l'un des algorithmes utilisés lors de la création d'un dossier compressé dans Windows.
- D. Étant donné une séquence de lettres w , il existe des algorithmes de compression sans perte qui permettent d'obtenir une longueur de code moyenne pour w inférieure à l'entropie de w .

Open Questions Questions ouvertes

Question 11. Entropy

Consider the following four words and order them with respect to their entropy starting with the word with the smallest entropy to the word with the largest entropy. (For your reference: $\log_2(3) \approx \frac{5}{3}$)

Considérez les quatre mots suivants et ordonnez-les en fonction de leur entropie en commençant par le mot ayant la plus petite entropie jusqu'au mot ayant la plus grande entropie. (Pour votre référence : $\log_2(3) \approx \frac{5}{3}$)

$w_1 = \text{distance}$

$w_2 = \text{efficacy}$

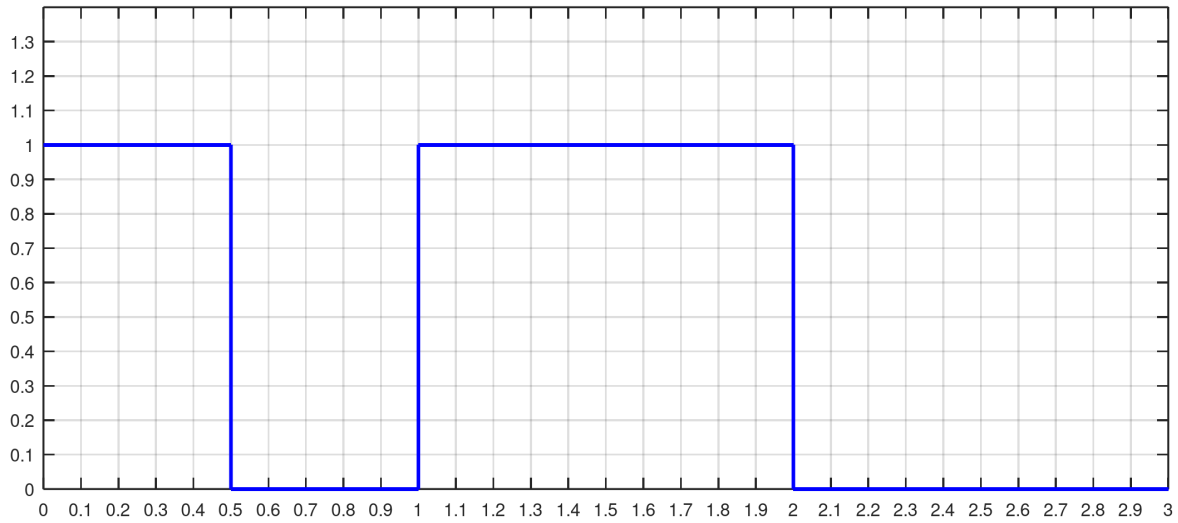
$w_3 = \text{sentence}$

$w_4 = \text{mountain}$

Question 12. Frequency

A sinusoidal signal with a negative frequency is equal to another sinusoid with a positive frequency. For signal $X(t) = \sin(-880\pi t)$, find a positive frequency f and phase shift δ such that $X(t) = \sin(2\pi ft + \delta)$.

Un signal sinusoïdal de fréquence négative est égal à une autre sinusoïde de fréquence positive. Pour le signal $X(t) = \sin(-880\pi t)$, trouvez une fréquence positive f et un déphasage δ tels que $X(t) = \sin(2\pi ft + \delta)$.

Question 13. Moving Average FilterFigure 3: Input signal $X(t)$ of moving average filter

Draw (on the answering sheet) the output signal $\hat{X}(t)$ of a moving average filter with cutoff period $T = 1$ s that takes the periodic signal $X(t)$ given in Figure 3 as the input signal. The period of the input signal $X(t)$ is 3 s.

Dessinez (sur la feuille de réponse) le signal de sortie $\hat{X}(t)$ d'un filtre à moyenne mobile avec période de coupure $T = 1$ s prenant en entrée le signal périodique $X(t)$ donné à la Figure 3. La période du signal d'entrée $X(t)$ est de 3 s.

Huffman Encoding

Letter	E	I	T	N	A	S	R	O
Appearances	8	8	4	4	4	2	1	1

Table 1: appearance profile

Suppose you would like to send a message with the appearance profile shown in Table 1, i.e., letter “e” appears 8 times, letter “i” appears 8 times, letter “t” appears 4 times, etc.

Supposez que vous vouliez envoyer un message présentant le profil d'apparence indiqué dans le tableau 1, c'est-à-dire que la lettre « e » apparaît 8 fois, la lettre « i » apparaît 8 fois, la lettre « t » apparaît 4 fois, etc.

Question 14. Huffman Tree and Code

Create an optimal prefix-free code for this message.

Créez un encodage optimal pour ce message.

Question 15. Message Length

Compute the number of bits needed to send this message with your encoding.

Calculez le nombre de bits nécessaires pour envoyer ce message avec votre encodage.

Question 16. Optimality

Proof that your code is optimal, i.e., that there is no other prefix-free code that can send this message using fewer bits.

Prouvez que votre code est optimal, c'est-à-dire qu'il n'existe pas d'autre encodage qui puisse envoyer ce message en utilisant moins de bits.

You can use this page as scratch paper.

[Vous pouvez dégrafer cette page et l'utiliser comme brouillon.](#)

You can use this page as scratch paper.

[Vous pouvez dégrafer cette page et l'utiliser comme brouillon.](#)

You can use this page as scratch paper.

[Vous pouvez dégrafer cette page et l'utiliser comme brouillon.](#)