

Module 5: Poisson Shot Noise: SNR d'un photodétecteur

Modèles stochastiques
pour les communications

Prof. Patrick Thiran

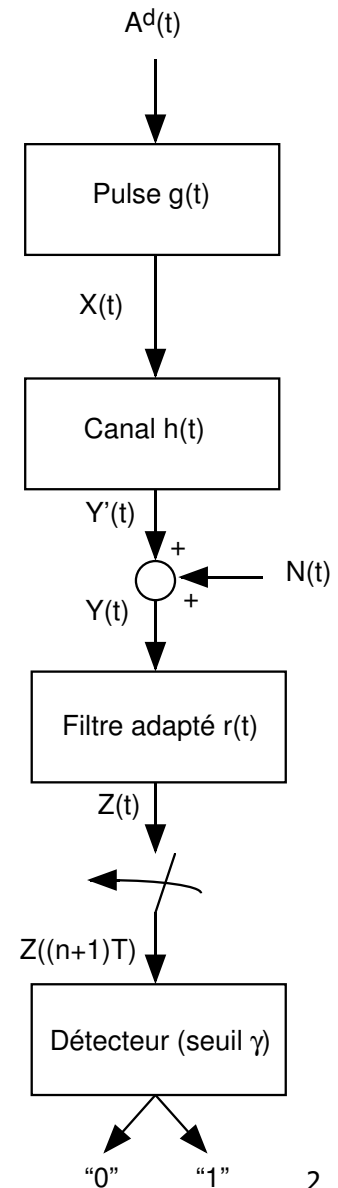
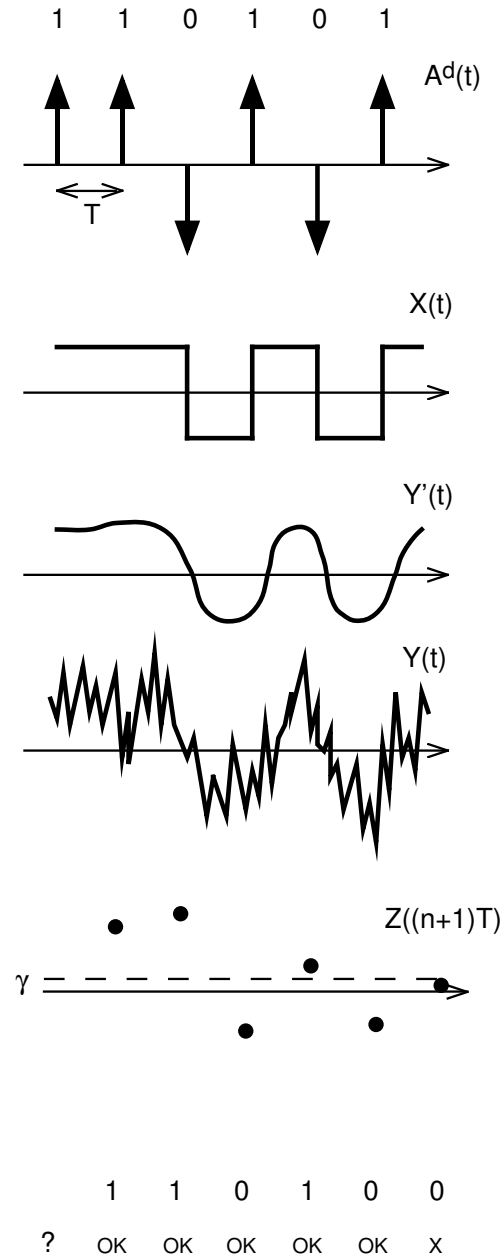
INDY-I&C



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

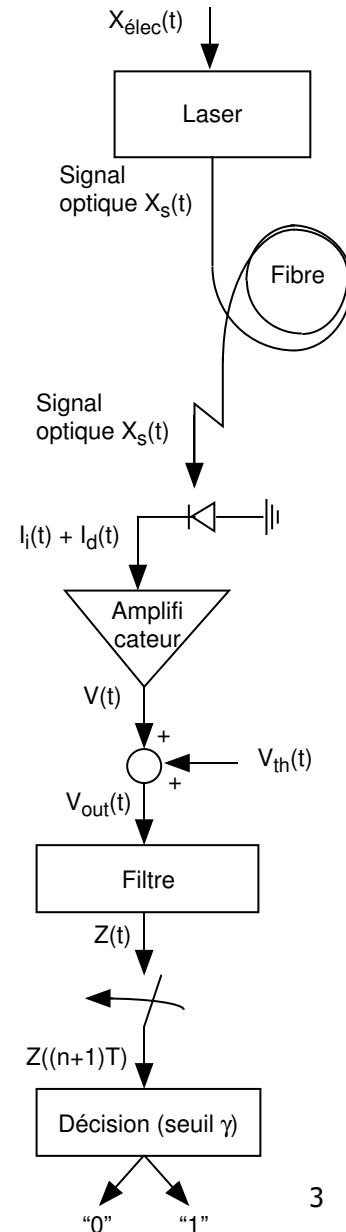
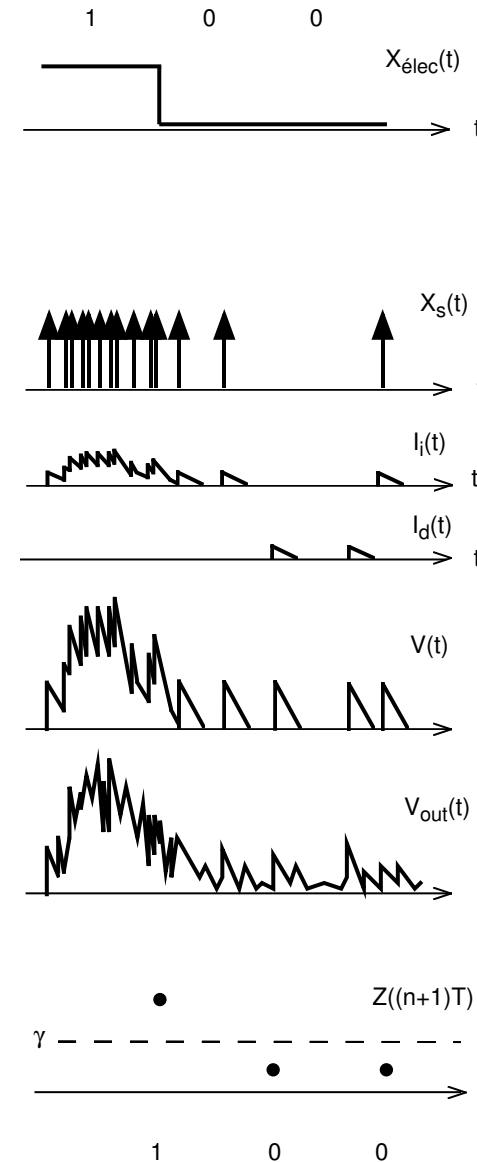
Transmission binaire en bande de base

- Exemple: canal sans fil
- Signaux de nature électromagnétique.
- Signal émis $X(t)$ PAM
- Bruit blanc gaussien $N(t)$
- Signal reçu $Y(t) = X(t) + N(t)$



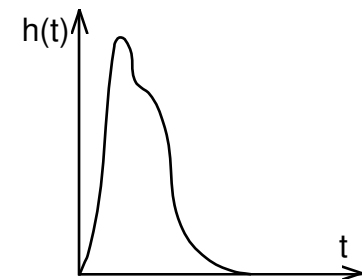
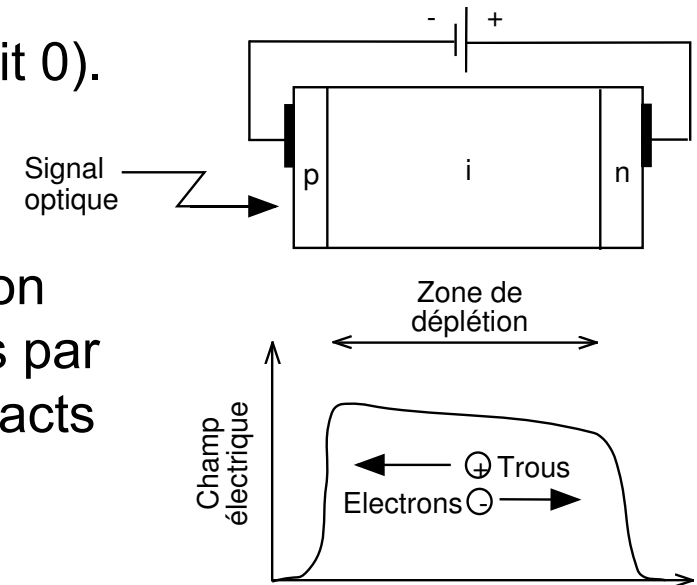
Transmission binaire optique

- Exemple: fibre optique
- Signaux de nature optique.
- Signal émis $X_s(t)$ optique converti en courant incident $I_i(t)$ à la réception
- Bruit
 - Dark Current $I_d(t)$
 - Thermique (amplificateur) $V_{th}(t)$.
- Signal reçu après conversion opto-électronique $V_{out}(t)$



Photodiode PIN

- Photons du signal optique $X_s(t)$ arrivent suivant un processus de Poisson.
- Puissance d'émission $P_s(t) = P_s$ (bit 1) ou 0 (bit 0).
- Energie d'un photon = $h\nu$.
- Grande zone i (intrinsèque)
- Absorbés dans la zone de déplétion, un photon libère une paire trou(e+)/électron(e-), séparés par un champ électrique et envoyés vers les contacts électriques.
- Efficacité de la photodiode $0 < \eta < 1$.
- Les charges e+/e- créent un courant incident $I_i(t) = e \sum_n h(t - S'(n))$ avec
 - $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ (charge d'un electron)
 - $h(.)$ = réponse impulsionnelle de la photodiode PIN
 - $\{S'(n), n \in \mathbb{Z}\}$ = séquence des temps d'arrivée des charges e+/e- aux contacts électriques.
 - Intensité du processus de Poisson $\lambda_i = \eta P_s / h\nu$ (bit 1) ou 0 (bit 0).



Photodiode PIN

- Courant incident $I_i(t) = e \sum_n h(t - S'(n))$
 - $\{S'(n), n \in \mathbb{Z}\}$ = temps d'arrivée des charges du courant incident
 - Intensité $\lambda_i = \eta P_s / h\nu$
- Courant d'obscurité (dark current) $I_d(t) = e \sum_n h(t - S''(n))$
 - $\{S''(n), n \in \mathbb{Z}\}$ = temps d'arrivée des charges du courant d'obscurité
 - Intensité λ_d
- Courant total $I_i(t) + I_d(t) = e \sum_n h(t - S(n))$
 - $\{S'(n), n \in \mathbb{Z}\} \perp \{S''(n), n \in \mathbb{Z}\}$
 - $\{S(n), n \in \mathbb{Z}\} = \{S'(n), n \in \mathbb{Z}\} \cup \{S''(n), n \in \mathbb{Z}\}$
 - Intensité $\lambda_i + \lambda_d$

Transmission binaire optique

- Courant total

$$I_i(t) + I_d(t) = e \sum_n h(t - S(n))$$

- Intensité $\lambda_i + \lambda_d$

- Signal amplifié (gain g)

$$V(t) = g(I_i(t) + I_d(t))$$

$$= ge \sum_n h(t - S(n))$$

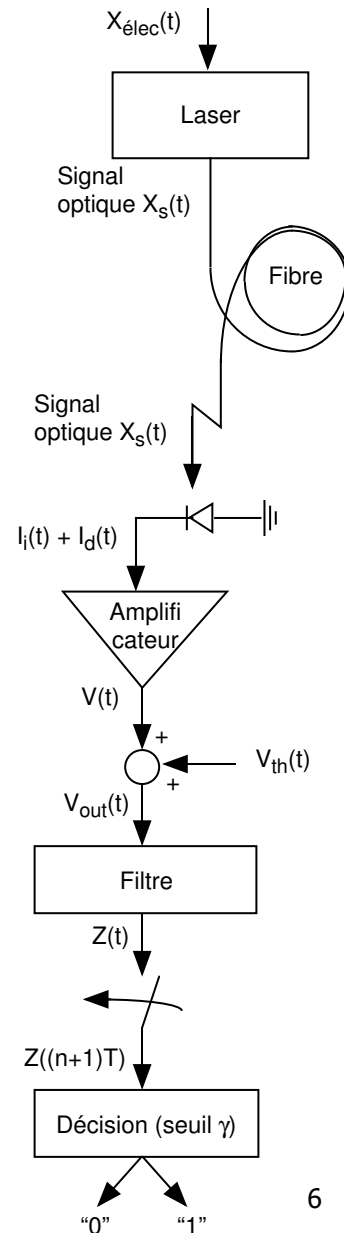
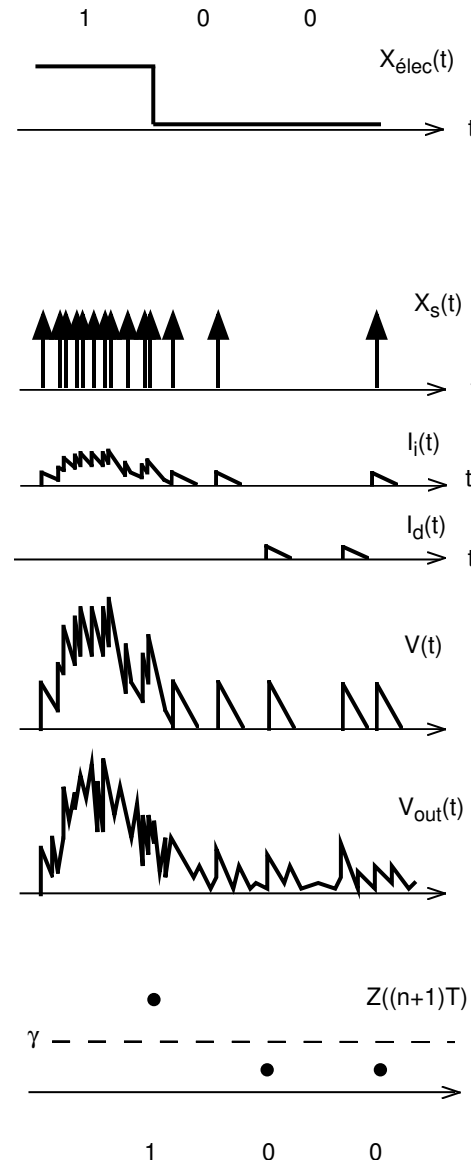
- Bruit

- Dark Current: $I_d(t)$
 - Thermique: $V_{th}(t)$ (moyenne nulle, variance σ_{th}^2)

- Signal reçu

$$V_{out}(t) = V(t) + V_{th}(t)$$

$$= ge \sum_n h(t - S(n)) + V_{th}(t).$$



Rapport Signal/Bruit Diode PIN

- $V_{out}(t) = V(t) + V_{th}(t) = ge \sum_n h(t - S(n)) + V_{th}(t)$.
- Rapport Signal/Bruit (SNR) défini ici comme

$$SNR = \frac{\mathbb{E}^2[V(t)|\lambda_d=0]}{VAR[V_{out}(t)]}$$

- Théorème de Campbell

- $\mathbb{E}[V(t)|\lambda_d = 0] = ge\lambda_i \int_{-\infty}^{\infty} h(s)ds = ge \frac{\eta P_s}{h\nu} \int_{-\infty}^{\infty} h(s)ds$
- $VAR[V_{out}(t)] = ge(\lambda_i + \lambda_d) \int_{-\infty}^{\infty} h^2(s)ds + \sigma_{th}^2 = ge \left(\frac{\eta P_s}{h\nu} + \lambda_d \right) \int_{-\infty}^{\infty} h^2(s)ds + \sigma_{th}^2$

- Par conséquent

$$SNR = \frac{\left(\frac{\eta P_s}{h\nu} \int_{-\infty}^{\infty} h(s)ds \right)^2}{\left(\frac{\eta P_s}{h\nu} + \lambda_d \right) \int_{-\infty}^{\infty} h^2(s)ds + \left(\frac{\sigma_{th}}{ge} \right)^2}$$