

Examen : Partie Partie Théorique
Aucun document autorisé
45 minutes, 14 points (1/3 de la note finale)

Exercice 1 (2 points)

Notation indicielle / tensorielle.

Calculer :

1. $\delta_{ii}\delta_{jj}$
2. $\delta_{k1}\delta_{kj}\delta_{j1}$

Réécrivez en utilisant la notation indicielle.

3. $x_1x_1 + x_2x_2 + x_3x_3$
4.
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Tenseurs.

5. Expliquer ce qu'est un tenseur d'ordre 2.
6. Expliquer ce qu'est un tenseur d'ordre 4.

Exercice 2 (2 points)

Donner la loi constitutive pour un matériau linéaire élastique isotrope en notation indicielle ($\underline{\underline{\sigma}} = f(\underline{\underline{\varepsilon}})$) et exprimer $\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})$ en fonction de $\text{tr}(\underline{\underline{\sigma}})$ et des propriétés du matériau.

Exercice 3 (2 points)

Montrer que pour un matériau linéaire élastique isotrope les directions principales du tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$ sont aussi les directions principales du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$.

Exercice 4 (2 points)

Donner le principe du minimum de l'énergie potentielle. Quelle est son utilité ?

Exercice 5 (2 points)

Tracer les cercles de Mohr pour les cas suivants :

1. $[\sigma] = \begin{bmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{bmatrix}$

2. $[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$ où $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$ et $\sigma_3 < 0$.

3. Prisme en figure 1.

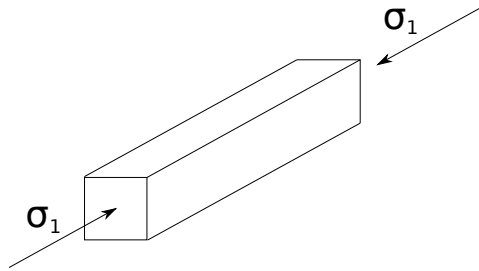


FIGURE 1 – Prisme en compression uniaxiale

Exercice 6 (2 points)

Le champ de vitesse dans un fluide est donné par :

$$\underline{v} = x_1 \underline{e}_1 + x_2 \underline{e}_2 + x_3 \underline{e}_3$$

et le champ de température par :

$$T(\underline{x}, t) = 3x_2 + x_3 t$$

Calculer le taux de changement de température.

Exercice 7 (2 points)

En utilisant les équations d'équilibre (MMC), retrouver la pression hydrostatique dans un fluide au repos (statique) en fonction de la profondeur (voir figure 2). On néglige la pression atmosphérique en $z = h$.

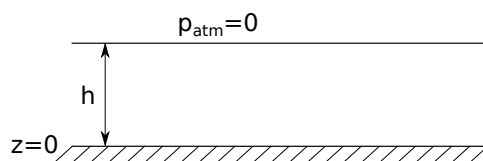


FIGURE 2 – Fluide au repos