

Examen : Partie Partie Théorique

Aucun document autorisé

30 minutes, 13 points (1/3 de la note finale)

Exercice 1 (2 points)

Donner le principe du minimum de l'énergie potentielle.

Exercice 2 (1 point)

Expliquer les équations de compatibilité (sans les expliciter).

Exercice 3 (2 points)

Donner la loi constitutive pour un matériau élastique isotrope (en fonction de λ et μ). À partir de celle-ci, dériver la loi constitutive inverse et exprimer E et ν en fonction de λ et μ .

Exercice 4 (1 points)

Expliquer ce que sont les représentations Lagrangienne et Eulérienne.

Exercice 5 (2 points)

Soit le mouvement suivant :

$$\begin{aligned}x_1 &= X_1 e^{-t} \\x_2 &= X_2 e^t \\x_3 &= X_3 + X_2(e^{-t} - 1)\end{aligned}$$

Avec (x_1, x_2, x_3) les coordonnées eulériennes et (X_1, X_2, X_3) les coordonnées lagrangiennes.

1. Déterminer le champ de vitesse spatial.
2. En utilisant le champ de vitesse spatial, calculer la dérivée matérielle $\frac{D\theta}{Dt}$ du champ de température suivant :

$$\theta = e^{-t}(x_1 - 2x_2 + 3x_3)$$

Exercice 6 (1 points)

Soit un solide Ω de masse volumique ρ . Ω est soumis à une force volumique $\mathbf{f}$ de la forme.

$$\mathbf{f} = -g\rho\mathbf{e}_z$$

Donner les équations d'équilibre satisfaites en tout point $M \in \Omega$ de coordonnées (x, y, z) .

Exercice 7 (2 points)

1. Quel est l'ordre tensoriel de cet objet mathématique (sans sens physique) ?

$$A_{ijklmn}B_{kl}v_iu_j$$

2. Contractez et simplifiez (C_{ijkl} le tenseur de la loi de comportement, ϵ_{ij} est le tenseur des petites déformations) :

$$C_{ijkl}\epsilon_{kl}\delta_{ij}$$

3. Calculez :

$$\epsilon_{ij}\delta_{ij}\delta_{kk}$$

Pour :

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Exercice 8 (1 points)

Donner les étapes de l'approche de résolution d'un problème de mécanique des milieux continus par déplacements.

Exercice 9 (1 points)

Soit un cylindre creux d'axe (Oz) soumis un moment de torsion constant (figure 1). Dire quelles composantes de σ , exprimées en coordonnées cylindriques (r, θ, z) , sont nulles.

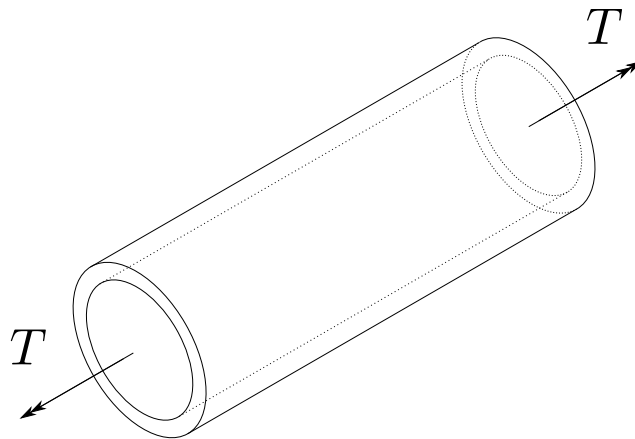


FIGURE 1 – Cylindre soumis à de la torsion.