

Examen : Partie Théorique

Notes de cours et livre non autorisés

Toutes les réponses doivent être données sur la feuille

45 minutes, 16 points (1/3 de la note finale)

Exercice 1 (2 points)

Ces expressions ont-elles un sens mathématique ?

Sachant que $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ sont des tenseurs d'ordre 2,

$\mathbf{u}, \mathbf{v}$ des vecteurs,

α, β des scalaires :

– $\text{div}(\mathbf{AB}) - \mathbf{v} = \mathbf{0}$

– $\text{grad}(\mathbf{u}) = \alpha \mathbf{A}$

– $\text{grad}(\mathbf{Bu}) = \mathbf{v}$

– $\mathbf{A}_{ii} = \alpha$

– $\mathbf{A}_{ij}\mathbf{B}_{jk} = \mathbf{u}_i \mathbf{v}_k$

– $\alpha + \mathbf{v}_i = \mathbf{u}_i$

Exercice 2 (2 points)

Considérons un potentiel électrostatique donné par $\varphi = \alpha(x \cos \theta + y \sin \theta)$ où α et θ sont des constantes.

– Calculez le champ électrique $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$

– Trouvez le déplacement électrique $\mathbf{D}$ si $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ avec $\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix}$

- Trouvez pour quel angle θ , la magnitude de $\mathbf{D}$ est maximum.

Exercice 3 (2 points)

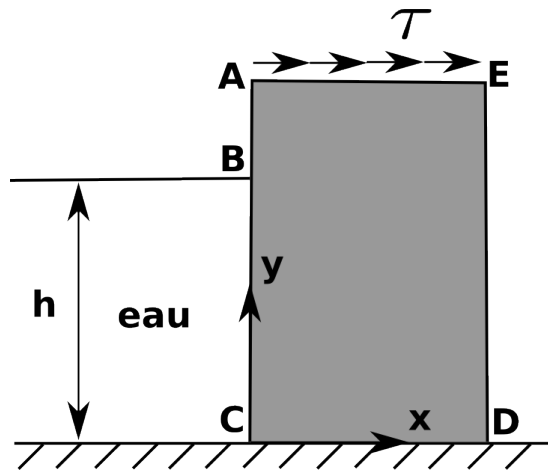
Sachant que $\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \lambda\epsilon_{kk}\delta_{ij}$, que sont μ et λ ? Quelle est la signification physique de ϵ_{kk} ? Calculez en fonctions des composantes de ϵ , et sous la forme la plus simplifiée possible, $W = \frac{1}{2}\sigma_{ij}\epsilon_{ij}$ et $P = \sigma_{ij}\sigma_{ij}$.

Exercice 4 (2 points)

Donnez le théorème du minimum en énergie potentielle.

Exercice 5 (2 points)

Une structure est plongée dans l'eau sur une hauteur h . Donnez pour tous les côtés les valeurs des composantes du tenseur des contraintes de Cauchy qui sont imposées par les conditions aux limites, ainsi que les déplacements imposés.



Exercice 6 (2 points)

Expliquez :

– Description Eulérienne

– Description Lagrangienne

– Quelle équation permet de passer d'une description à l'autre ?

Exercice 7 (2 points)

Donnez en détail, en précisant les équations importantes, les étapes de résolution d'un problème par la méthode des contraintes.

Exercice 8 (2 points)

Soit un tenseur des contraintes de la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Trouvez les contraintes principales par

1. Le cercle de Mohr

2. Le calcul des valeurs propres