

Partie Théorique (45 min)

Aucune note autorisée, (16/48 points)

Bonne chance !

Question 1 : (2.5 points)

Valider ou invalider, en vous justifiant brièvement, les expressions mathématiques suivantes, sachant que :

$\mathbb{C}$ est un tenseur d'ordre 4,
 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ sont des tenseurs d'ordre 2,
 $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ des vecteurs,
 α, β des scalaires.

- i) $A_{il} = C_{ijkl} B_{jl}$
- ii) $(\mathbf{u} \otimes \mathbf{v})_i = (\text{grad}(\alpha))_i$
- iii) $\text{grad}(\mathbf{u}) = \text{div}(\mathbf{AB})$
- iv) $\text{grad}(\text{tr}(\mathbf{A})) = \mathbf{v}$
- v) $A_{ij} B_{ji} = \beta$

Question 2 : (3 points)

Tracer les cercles de Mohr pour l'état de contrainte suivant

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$

Quelle est la contrainte de cisaillement max, $\tau_{\max}$?

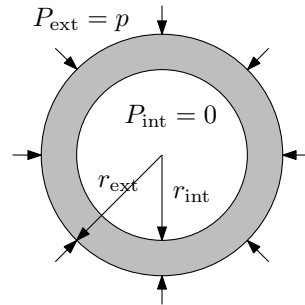
Question 3 : (1.5 points)

Le champ de contrainte suivant satisfait-il l'équilibre ?

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 3x_1 + x_2 & x_2 & 0 \\ x_2 & 4x_1 - x_2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Question 4 : (2 points)

Dans le système d'axes cylindrique $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ préciser les conditions limites en $r = r_{\text{int}}$ et $r = r_{\text{ext}}$:

**Question 5 : (3 points)**

Soit le champ de déplacement $\mathbf{u}$ donné par

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = (\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^3 + \alpha_3 x_1 x_3) \mathbf{e}_1 + \beta x_1 x_2^2 \mathbf{e}_2 + 0 \mathbf{e}_3.$$

Calculer le tenseur de déformation de Green-Lagrange $\mathbf{E}$ et le tenseur des déformations infinitésimales $\boldsymbol{\varepsilon}$.

Question 6 : (1 point)

Que signifie “formulation Lagrangienne/Eulerienne” ?

Question 7 : (2 points)

Calculer les contraintes principales et directions principales de

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$

Question 8 : (1 point)

Expliquer le théorème de superposition.