

Partie Théorique (45 min)

Aucune note autorisée, (16/48 points)

Bonne chance !

Question 1 (2 points)

Valider ou invalider, en vous justifiant brièvement, les expressions mathématiques suivantes, sachant que:

$\mathbf{A}, \mathbf{B}$ sont des tenseurs d'ordre 2,
 $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ des vecteurs,
 α, β des scalaires.

i) $\mathbf{A}_{ij} = \mathbf{B}_{ji}$

ii) $\mathbf{A}_{ii}\mathbf{v}_j = \mathbf{u}_i$

iii) $\alpha(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \beta \mathbf{B}$

iv) $\text{div}(\text{grad} \mathbf{u}) = \mathbf{v}$

v) $\text{grad} \mathbf{v} - \alpha \text{div} \mathbf{u} = \mathbf{B}$

Question 2 (2 points)

Ecrire l'équation d'équilibre, en matriciel puis en développée suivant les trois axes x, y et z , d'un milieu continu soumis à un champ de gravité ρg suivant l'axe z (direction négative).

Question 3 (3 points)

Pour l'approche par contraintes d'un problème aux limites de mécanique des milieux continus (petites déformations, milieu élastique linéaire isotrope), donner les grandes étapes de résolution.

Question 4: (3 points)

Soit l'état de contrainte suivant:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

avec $\sigma_x > 0 > \sigma_y$.

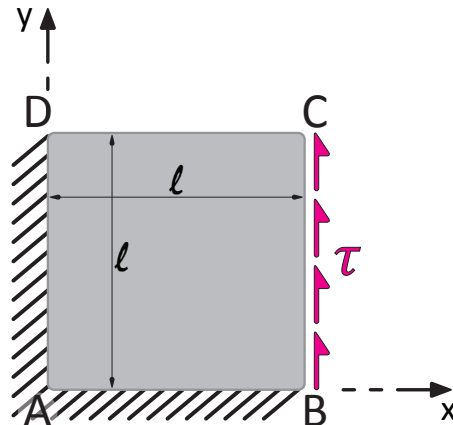
A l'aide d'un cercle de Mohr, exprimer en fonction des composantes du tenseur des contraintes, la valeur du cisaillement maximal τ_{max} et les valeurs extrêmes de la contrainte normale σ_I et σ_{II} .

Question 5: (1 point)

Que signifie l'expression "déformations infinitésimales" ? (Deux lignes maximum)

Question 6: (2 points)

Soit la structure 2D suivante :



Exprimer les vecteurs contraintes sur les côtés BC et DC. Quelles composantes du tenseur des contraintes sont ainsi imposées sur ces côtés ?

Question 7: (2 points)

Calculer les valeurs propres et directions principales du tenseur suivant

$$\epsilon = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6}$$

Pour ce tenseur des déformations que vaut la déformation volumique ϵ_V ?

Question 8: (1 point)

Soit le champ de déplacements suivant

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = (\alpha x_1^2 + \beta x_2) \mathbf{e}_1 + (\gamma x_1 x_2) \mathbf{e}_2 + 3 \mathbf{e}_3$$

où α , β et γ sont des scalaires ($\alpha, \beta, \gamma \ll 1$). Que vaut ϵ_{12} ?