

Examen : Partie Pratique

*Notes de cours et livre (TGC Vol. 3) autorisés
1h30, 32 points (2/3 de la note finale)*

Exercice 1 (10 points)

Dans un milieu continu, le champ de contraintes dans le système d'axes $(0, x_1, x_2, x_3)$ est donné par

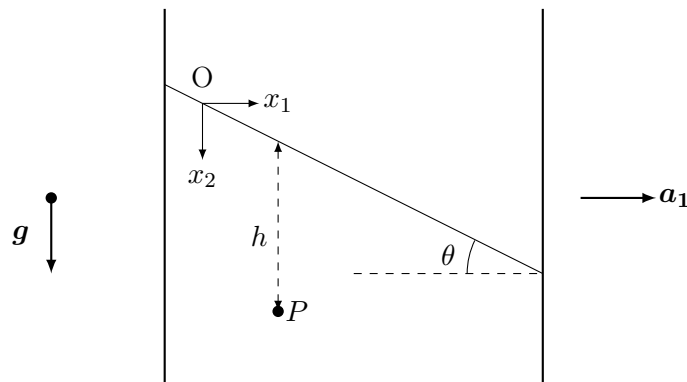
$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} x_1^2 x_2 & x_1(1 - x_2^2) & 0 \\ x_1(1 - x_2^2) & \frac{1}{3}(x_2^3 - 3x_2) & 0 \\ 0 & 0 & 2x_3^2 \end{bmatrix}$$

Déterminez :

1. La force volumique pour que les équations d'équilibre soient satisfaites en tout point.
2. Les contraintes principales en $P(a, 0, 2\sqrt{a})$ où $a > 0$.
3. La contrainte de cisaillement maximale en P .
4. Dessinez le cercle de Mohr en P .
5. Quelles sont les valeurs propres du déviateur du tenseur des contraintes s_{ij} en P ?

Exercice 2 (11 points)

Un réservoir contient un fluide homogène et bouge horizontalement vers la droite avec une accélération constante $\mathbf{a}_1$ (cf figure). L'origine du repère (x_1, x_2) est placée en un point de la surface libre.

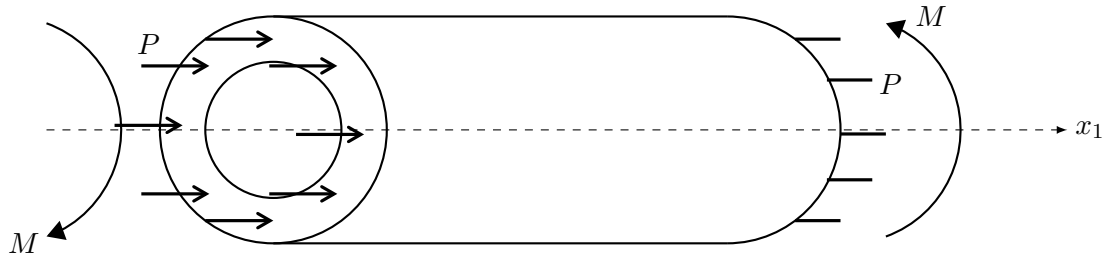


1. Rappelez les équations d'hydrostatique pour un fluide au repos, sachant que $\sigma_{ij} = -p \delta_{ij}$
2. En supposant que p est une fonction de x_1 et x_2 , et en utilisant les équations du mouvement, trouvez l'angle θ d'inclinaison de la surface libre (supposez qu'à la surface libre $p = p_{\text{atm}}$, la pression atmosphérique).
3. Trouvez la pression à un point P dans le fluide.

Exercice 3 (11 points)

Un cylindre droit, creux, constitué d'un matériau élastique linéaire isotrope, est soumis à un moment de torsion M et à une compression uniaxiale P (cf figure).

1. Donnez les composantes des contraintes et déformations.
2. Si le matériau casse quand la déformation de cisaillement est ϵ_0 , déterminez le critère de rupture en fonction de M et P .



3. Le cylindre, de coefficient thermique α_2 est maintenant rempli d'un matériau caractérisé par un coefficient thermique $\alpha_1 > \alpha_2$. Les autres paramètres matériau sont identiques. Le cylindre n'est soumis à aucune force externe. Le cylindre subit une élévation de température $\Delta T > 0$. Donner qualitativement la solution (signe des contraintes) sur une section du cylindre.

