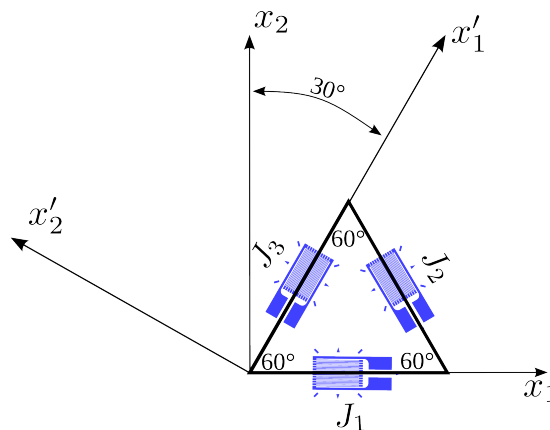


Examen : Partie Pratique
Notes de cours et livres autorisés
1h30, 25 points (2/3 de la note finale)

Exercice 1 (5 points)

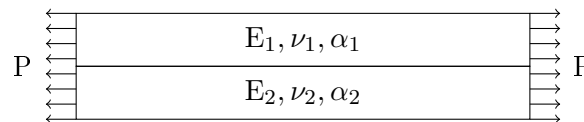


On considère une rosette “Delta” comme instrument de mesure de la déformation d’un solide durant une expérience. Ce dispositif utilise trois jauges de déformation J_1 , J_2 et J_3 placées en triangle équilatéral. Les mesures apportées par ces trois jauges sont :

$$d_1 = a \quad d_2 = b \quad d_3 = c$$

1. Calculer ϵ et ϵ' les tenseurs des petites déformations dans la bases (x_1, x_2) .
Application numérique : $a = -3 \cdot 10^{-4}$, $b = 4 \cdot 10^{-4}$ et $c = 2 \cdot 10^{-4}$
2. Aurons nous $\epsilon_{11} + \epsilon_{22} = \epsilon'_{11} + \epsilon'_{22}$?

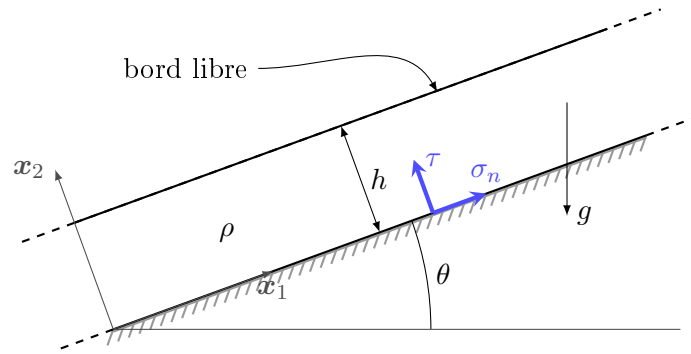
Exercice 2 (6 points)



Nous considérons deux barres collées, de paramètres matériaux respectifs E_1, ν_1, α_1 et E_2, ν_2, α_2 , soumises à une traction P et à une élévation de température ΔT .

1. Rappelez la loi constitutive thermo-élastique.
2. Soit $E_1 > E_2$, $\nu_1 = \nu_2$, $\Delta T = 0$ et $P > 0$. Sans calcul pouvez-vous imaginer schématiquement comment se déforment les deux barres ? Dessinez l’état déformé.
3. Soit $E_1 = E_2$, $\nu_1 = \nu_2$, $\alpha_1 > \alpha_2$, $\Delta T > 0$ et $P = 0$. Sans calcul pouvez-vous imaginer schématiquement comment se déforment les deux barres ? Dessinez l’état déformé, et donnez l’état de contrainte.
4. Soit $E_1 > E_2$, $\nu_1 = \nu_2$, $\alpha_1 > \alpha_2$, $\Delta T > 0$ et $P > 0$. Est-il possible d’avoir un état déformé tel que les deux barres s’allongent de la même longueur ? Si oui quelles sont les conditions sur ΔT et sur P pour obtenir cette déformation. Pour vos calculs prenez une barre très longue si bien que le calcul soit unidimensionnel.

Exercice 3 (12 points)



Une couche d'épaisseur h , infinie dans les deux autres directions, repose sur un plan incliné rigide, qui fait un angle θ avec l'horizontale. Le glissement sur le plan rigide est soumis à une friction de coefficient μ .

1. Écrire les équations d'équilibre dans la base (x_1, x_2) indiquée sur le schéma (état 2D de contrainte).
2. En faisant l'hypothèse que σ_{11} est une constante (que l'on peut prendre nulle, longueur infinie de la couche), résolvez le système d'équations différentielles obtenu à la question précédente. Montrez que σ_{12} et σ_{22} sont au plus linéaires en x_2 .
3. Utilisez les conditions aux limites pour obtenir les constantes d'intégrations de σ_{12} et σ_{22} .
4. Si l'on considère un critère de rupture en friction de Mohr-Coulomb :

$$\tau = \tau_0 - \mu\sigma_n$$

avec τ et σ_n la contrainte de cisaillement et la contrainte normale au plan, et τ_0 et μ des paramètres matériaux. Si il y a rupture, sur quel plan ($x_2 = ?$) se situerait elle.

5. Dessinez le cercle de Mohr correspondant à l'état de contrainte en un point du plan de rupture. Sur la même figure représenter graphiquement le critère de rupture.
6. À quelle condition sur le cercle de Mohr y a-t-il rupture ?
7. Quelles sont les coordonnées du centre du cercle ?
8. Exprimez le rayon du cercle en fonction de θ .
9. A quoi correspond une augmentation de l'angle θ au niveau du cercle de Mohr ?
10. Comment feriez vous pour déterminer graphiquement l'angle θ_0 à partir duquel il y a rupture ?

Exercice 4 (2 points)

Un ingénieur calcule les contraintes dans une poutre de section A et de longueur l , chargée avec une force P . La mesure expérimentale permet de trouver le champ de contraintes suivant :

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= P \frac{x^2}{Al^2} & \sigma_{12} &= \frac{P(x-l)}{Al} \\ \sigma_{22} &= 2Ay \frac{x - \sqrt{A}}{Al^2} & \sigma_{13} &= \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0\end{aligned}$$

Son supérieur, une personne très occupée, parcourt d'un oeil rapide les résultats et lui dit que les expressions sont incorrectes. Convaincu que le jugement rapide de son supérieur est erroné, l'ingénieur obtient une nouvelle fois les mêmes résultats. Qui a raison ?