Partie Pratique (1h30 min)

TGC Vol 2&3 ainsi que notes de cours autorisés (32/48 points)

Bonne chance !

Problème 1 (6 points)

Les trois barres verticales de la figure 1 sont fixées au sol et à une poutre horizontale en haut. La poutre se comporte comme un corps rigide dont on néglige la masse. Les barres sont composées d'un matériau linéaire élastique, isotrope et homogène. Sachant que $E = 200\ GPa$, $L = 3\ m$, $A_1 = 4.0\ cm^2$, $A_2 = 2A_1$ et $\alpha = 12\ 10^{-6}\ K^{-1}$ et en considérant un échauffement de $20^o\ K$ dans la barre du milieu:

Déterminer le déplacement vertical, ainsi que la déformation et l'état de contrainte dans chacune des barres.

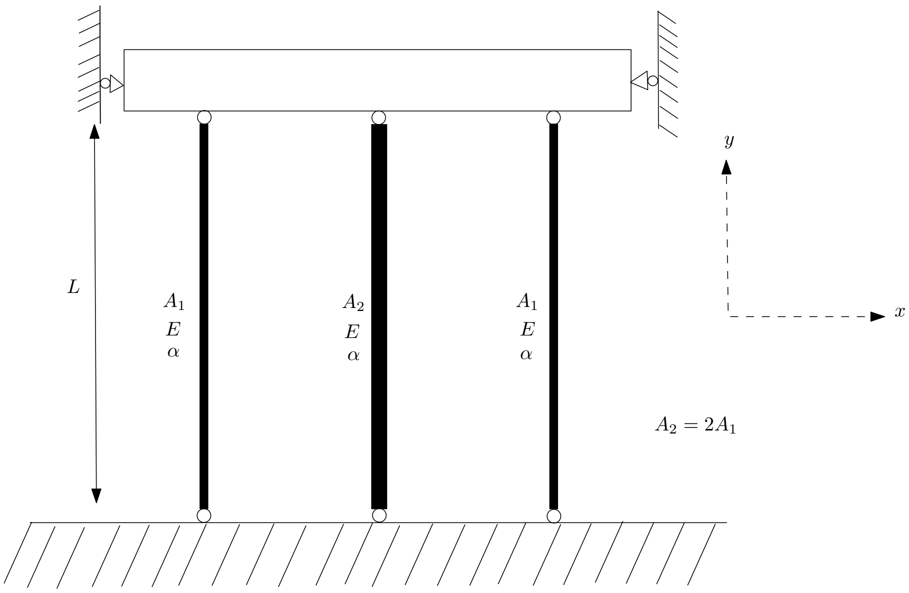
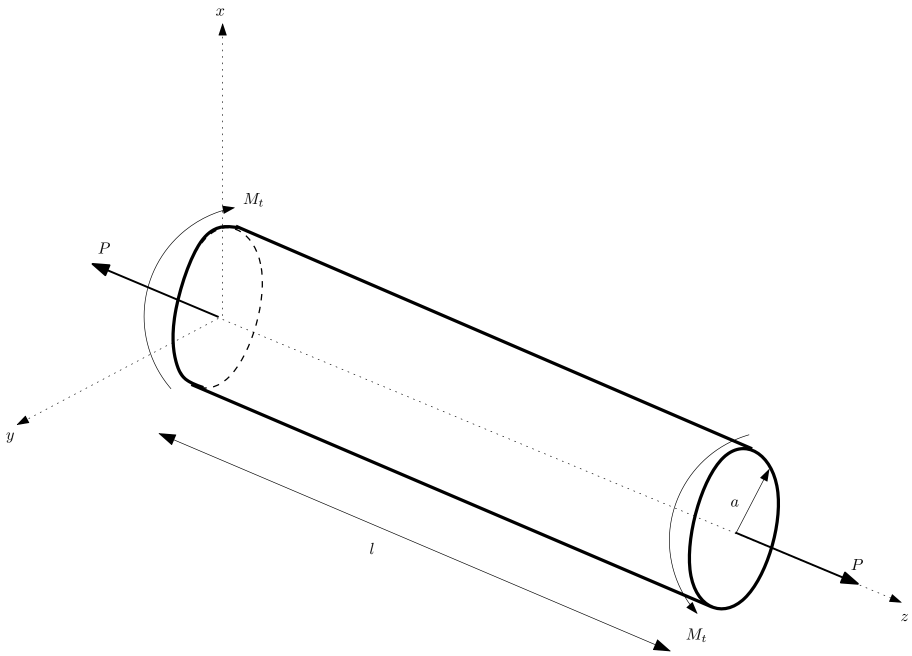


Figure 1: Geométrie de la structure

Problème 2 (10 points)

On considère un cylindre de longueur l avec une section droite circulaire définie par un rayon a comme sur le schéma ci-dessous:



Le cylindre est composé d'un matériau linéaire élastique, isotrope et homogène. Il est soumis à un moment M_t selon l'axe z et à une tension axiale uniforme P en $z = 0$ et en $z = l$. En considérant le cas des petits déplacements:

a) Rappeler la solution en contrainte et en déformation d'un cylindre soumis à une tension axiale (sans la démontrer).

b) Rappeler la solution en contrainte et en déformation d'un cylindre soumis à un moment de torsion (sans la démontrer).

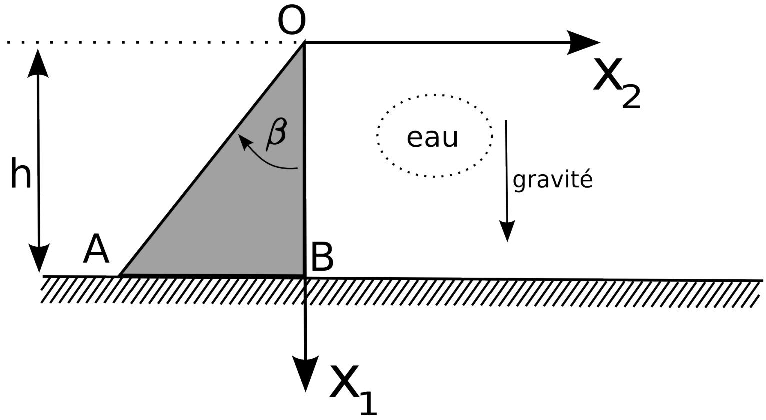
c) Déterminer l'état de déformation et l'état de contrainte pour le cylindre soumis à une tension axiale et à un moment de torsion simultanément.

d) On se place au point $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Ecrire l'état de contrainte en ce point, dessiner les cercles de Mohr correspondants et déterminer les contraintes principales.

e) On se place au point $x = a$, $y = 0$, $z = 0$. Ecrire l'état de contrainte en ce point, et dessiner les cercles de Mohr correspondants.

Problème 3 (16 points)

Un jeune ingénieur se voit attribuer la mission de dresser une analyse en contrainte d'un barrage. La géométrie du problème est 2D avec pour section du barrage le triangle OAB, comme sur le schéma suivant:



Par convention, l'origine des axes est le point O présenté sur le schéma. Afin d'alléger les calculs, on choisira l'angle β égal à 45°. On suppose que la surface OA du barrage est libre de contrainte, et que l'eau atteint le sommet du barrage (hauteur h). Enfin, on dénote par ρ_b la masse volumique du barrage.

1. L'ingénieur s'attarde tout d'abord à évaluer la contrainte imposée par l'eau sur le barrage. En faisant l'hypothèse que ce fluide admet un état de contrainte dit hydrostatique on a:

$$\sigma_{\text{fluide}} = -P_{\text{hydro}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

où le scalaire P_{hydro} est la pression hydrostatique, et $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ est la matrice identité. Ecrivez l'équation d'équilibre sur un volume infinitésimal d'eau afin de déterminer P_{hydro} en fonction de x_1, ρ_e (la masse volumique de l'eau), et g (la constante gravitationnelle).

2. Déterminez alors les conditions aux limites s'appliquant sur le côté OB du barrage.

3. Donnez les conditions aux limites s'appliquant sur les autres côtés du barrage.

4. Après avoir examiné le barrage, le jeune ingénieur propose l'état de contrainte plan suivant:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= (k - \rho_b g)\, x_1 + c x_2 + e x_1^2 \\ \sigma_{22} &= b x_1 + a x_2 + d x_2^2 \\ \sigma_{12} &= -\left(a x_1 + k x_2\right) \end{aligned}$$

où a, b, c, d, e et k sont des paramètres fonction de ρ_b, ρ_e et de l'angle β.

   (a) Déterminer les paramètres a et b à partir de la condition aux limites sur le côté OB.

   (b) En écrivant l'équation d'équilibre d'un élément de barrage, déterminer les paramètres d et e.

   (c) Déterminer les paramètres c et k du problème à partir de la condition aux limites sur le côté OA.