
Série 1
23 Septembre 2023
Ondes électromagnétiques

Exercice 1 – Transformé de Fourier et Polarisation

Dans un milieu diélectrique linéaire et dispersif, la réponse \mathbf{P} au changement de champ \mathbf{E} est retardé, selon la formule :

$$\mathbf{P}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t dt' \chi(t-t') \mathbf{E}(t') \quad (1)$$

Dans le cours, on a vu que le calcul de le vecteur polarisation \mathbf{P} est beaucoup simplifié dans le domaine de la fréquence (ou pulsation). Démontrer que, à partir de l'équation (1) et en utilisant la définition de transformé de Fourier $\mathfrak{J}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$, et de la transformation inverse $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{J}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$, on peut obtenir :

$$\mathbf{P}(\omega) = \varepsilon_0 \chi(\omega) \mathbf{E}(\omega)$$

Exercice 2 – Ondes complexes

Une onde électromagnétique d'équation

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 6 \cdot 10^4 (-4\mathbf{e}_x + 2\sqrt{5}\mathbf{e}_y) \exp\left(\frac{i}{3}(\sqrt{5}x + 2y)\pi \cdot 10^7 - i9.42 \cdot 10^{15}t\right)$$

Se propage dans un milieu homogène et isotrope. Trouver les paramètres suivants de l'onde :

- a) Direction d'oscillation et amplitude du champ électrique
- b) Direction de propagation
- c) Vecteur d'onde et longueur d'onde dans le milieu
- d) Vitesse de phase dans le milieu et indice de réfraction du milieu

Exercice 3 – Ondes sphériques

- a) Montrer que les ondes sphériques, de la forme

$$E(r, \theta, \varphi) = \frac{A \cos(\pm kr - \omega t)}{r}$$

sont une solution possible de l'équation d'onde scalaire en coordonnées sphériques (r, θ, φ) .

Attention : Ici, on se réfère au livre de E. Hecht, où A est la « Force de la source », qui a la dimension de $[V]$. L'utilisation de A garantit que E ait la dimension d'un champ électrique : $[V/m]$.

- b) Exprimer l'intensité d'une onde sphérique à une distance r d'une source. Montrer que la dépendance est cohérente avec la conservation du flux électromagnétique à travers différentes surfaces fermées entourant la source.